

عنوان الكتاب : تراث العرب العلمى فى الرياضيات والفلك

المؤلف : قدرى حافظ طوقان

سنة النشر : ١٩٤١

رقم العهدة : د ١٠٧٩٧

الـ ACC : ٢٣٣٦٨

عدد الصفحات : ٢٧٠

رقم الفيـم : ٢١

A.C/٢٧٦١

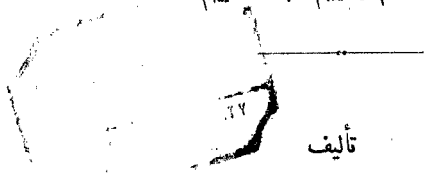
٥١٠
٧٠٧

تراث العرب العلي

١- الرياضيات
 ٢- الرياضيات والفلك
 ٣- الرياضيات - تاريخها
 ٤- الرياضيات - تاريخها

يبحث في أثر العرب في تقدم الرياضيات والفلك
 وسير أعلام رياضيتهم وكبار فلكيتهم

١٤



تأليف

تدري حافظ طوقان

عضو الجمعية الملكية الاسيوية بلندن ، عضو جيات العلوم الرياضية في انكرا وأميركا
 عضو مجلس التعليم العالي في فلسطين ، مساعد مدير كلية النجاح بناباس
 واستاذ الرياضيات فيها

هدية المقطف السنوية

لنة ١٩٤١

الأهم والأجود

التي تفرق الحضارة وتوحد الإنسانية وتزود العالم بالعالمية

للإسلام في الأوطان والأقاليم

مولاي صاحب بجلالة .

ورثتم مولاي، عن ساكن الجنان والرحم العظيم، العلم على بعث الثقافة الإسلامية.
والكشف عن مجا والعرب الفكرية، ونظم في هذا العمل القومي. روحا من حكم الكرم،
وأضئتم على جلالاتكم السامي، ودفتم في حياة زاخرة من شباكم الزاهر
أوامر الله .

وفي هذا الكتاب حاولت انصاف حضارة العرب في بعض نواحيها، وتخليته
أصحابها العفوية في ميدان العلوم الرياضية والفلكية، فخلصني واجب القومي، على
التوجه بالاهل الى مقام جلالاتكم السامي، وسدكم العالمية، راجيا ان تشرفوه
وتشرفوني بالقبول، وارجيا المولى تعالى ان يجل جلالتهم بعناية ويحفظكم ذخرا للعرب
والاسلام .

خادم جلالتكم المحض

تدري حافظ طوقان

تأبس - فلسطين

الطبعة الأولى

سنة ١٣٦٥ هـ - ١٩٤١ م

حقوق الطبع محفوظة للمؤلف

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

هذا الكتاب

شغلت تسمى بهذا الكتاب (كتاب تراث العرب العلمي) أكثر من عشر سنين ، وهو خلاصة بحث مرهق ودراسات مضيئة اعتمدت فيها على مظان عديدة ، قديمة وحديثة ، عربية وافرنجية ومخطوطات نفيسة حصلت عليها بمساعدة بعض الأصدقاء من القاهرة وبلنجة وتطوان والقدس الشريف

وهو يتألف من مقدمة وقسمين . فالمقدمة توضح الأغراض التي توحيها في وضع الكتاب من احياء التراث العربي وبعث الثقافة العربية . وفي القسم الأول يجد القارئ ستة فصول تبحث في الرياضيات قبل الاسلام وما أثر العرب في الحساب والجبر والهندسة والمثلثات والثلثك ، واتبعنا هذه بفصل سابع — لعله الأول من نوعه — يتناول الرياضيات في الشعر العربي . أما القسم الثاني فيتكوّن من تسعة فصول أتينا فيها على سير أعلام العرب الذين ظهروا في القرن التاسع للميلاد وما بعده لغاية القرن السابع عشر للميلاد . وقد سردنا في هذه السير تراجم الرياضيين والفلكيين ونتائجهم العلمي ومؤلفاتهم وانتقالها الى اوروبا وأثرها في تقدم العلوم . وفي هذين القسمين بحوث لم تطرق بالتفصيل الذي يراه القارئ في هذا الكتاب ودراسات جديدة كشفت عن نواح لم تكن معروفة وأزالت غيوم الغموض والابهام المحيطة بنواح أخرى

ولقد كان شعاري في جميع هذه الفصول : — الاخلاص للحق والحقيقة وانصاف حضارة العرب والكشف عن أعجادهم الفكرية في ميدان الرياضيات والفلك . والذي أرجوه أن يكون في هذه الدراسات ما يحفز أبناء العرب الى الاهتمام بتراثهم وثقافتهم وما يدفعهم الى اقتفاء آثار اسلافهم والسير على خطاهم في خدمة الحضارة ورفع مستواها

قدري حافظ طوقان

نابلس — فلسطين

كلمة تقديم

لدركتور علي مصطفى مشرف بك
عميد كلية العلوم بجامعة فؤاد الأول

تفضل حضرة صاحب العزة الاستاذ الدكتور علي مصطفى مشرفه بك عميد كلية العلوم
بتقديم الكتاب الى القراء بالكلمة التالية : -

في يونيه من سنة ١٩٣٥ كتبت في «جريدة الجهاد» تحت عنوان «ثقافتنا العلمية» فذكرت
انا في مصر اليوم ننقل المعرفة عن غيرنا ثم تركنا عالمة لا تمت بصلة الى تاريخنا ولا تتصل
بتربينا وقلت ان شجرة المعرفة يجب ان «تطعم» على أسس من ماضيها فتتصل اتصالا
طبيعياً بمناخ ثقافتنا ودعوت الى نشر المؤلفات العربية الخزونة في بطون المكاتب وبين
جدران المعاهد الأثرية والى احياء ذكرى علماء العرب بين ظهرانيا فاذا ما استخرجت هذه
الكتب من خزائنها ونشرت على جمهور الناطقين بالضاد واذا ما شرحت وفهمت على حقيقتها
واذا ما اقتبسنا منها ما يمكن اقتباسه في مؤلفاتنا العلمية الحديثة واذا ما مجدنا اصحابها
وأصبحت اجسامهم مألوفة لدينا وغدا فضلهم معترفاً به بيننا فعندئذ يمكن وضع ثقافتنا العلمية
على أسس متينة وعندئذ يمكن ان تتطور هذه الثقافة تطوراً طبيعياً من شأنه ان يعيد اليها
عجدها وقوتها ومباهتها. وبعد نشر مقالى هذا بسنة عشر يوماً ظهر في نفس الجريدة مقال
متبع للاستاذ قدي حافظ طوقان مؤلف هذا الكتاب أشار فيه الى مقالى وعبر بطريقة
بلغة وواقية عما حاولت ان اعرض له فخرني ذلك الى كتابة مقال آخر تحت عنوان «بعث
الثقافة العربية» دعوت فيه الى عقد مؤتمر عالم تتصافر على عقده الأمم المتكاسمة بالريسة
وتخصص لدراسة تاريخ العلوم عند العرب

فلاستاذ طوقان قد جمعي به توافق الخواطر . وليس بغريب ان تتوافق خواطرننا اذ

بيننا صلة قوية هي صلة الثقافة العربية التي يجري دمها في عروق المصري والشامي والعراقي
والراكني على السواء . ومنذ ذلك الحين وانا اتبع باعجاب ما بذله وبذله الاستاذ طوقان
من مجهود صادق في خدمة العلوم العربية وتاريخها . فلما تفصلت عليّ باناحة التفرصة لي لسكي
أنتشر كلمة صغيرة في أول هذا الكتاب رحبت بذلك شاكرآ له حسن ظنسه . وقد قرأت
الكتاب فوجدته قد جمع بين الدقة العلمية واللذة الفكرية فهو يصلح كرجع للمتخصص في
تاريخ العلوم العربية كما يصلح لمطالعة كل من يطلب المتعة في القراءة . واني أهيب بكل ناطق
بالضاد ان يقرأ هذا الكتاب وان يمكن النظر فيه وان يتشبع بروحه

ومنذ كتابة المقالات التي اشترت اليها في جريدة «الجهاد» قد بذلت بعض الجهود في تحقيق
مادعا اليه الاستاذ طوقان ودعوت اليه ، من الاهتمام بعلماء العرب وآثارهم فنشرت بعض
الكتب ككتاب الخوارزمي في الجبر والمقابلة واحتفل بذكر بعض العلماء كابن الهيثم . وقد جاء
هذا الكتاب مرحلة جديدة من مراحل هذا التقدم وهي مرحلة أساسية سيكون لها بليغ اثر
في تطور التفكير العلمي في البلاد العربية إذ ما من شك في ان شبابنا اليوم يتطلع الى ماضيه
ليستلم منه الوحي وليستمد منه العزم والحركة وهذه صفحات الماضي المجيدة يضعها الاستاذ
طوقان أمام أعين الشباب والشيب معاً لتكون لهم حافزاً وملهماً

اني أشعر وأنا أكتب هذه الكلمة ان عصرأ جديداً قد بدأ في الشرق يشبه عصر
النهضة في اوروبا . فكما ان الاوربيين عندما افاقوا من قرونهم الوسطى عمدوا الى احياء
ماضيهم فبعنوا الثقافة الاغريقية وجعلوا منها اساساً لنهضتهم كذلك نحن في الشرق قد هدانا
وحي السليقة الى منابع عظمتنا فرجعنا الى ماضيها ليكون قاعدة لمرح تقدمنا

وبعد فاني لا أريد أن أطل على القارئ فأمامه الكتاب فليقرأه فإنه سيجد فيه

ما يغني عن كل تقديم والسلام

دقيق درك

لقد أدرك الغرب وبعض أمم الشرق أن بعث الثقافة من أهم العوامل التي ترتكز عليها النهضة والحركات ، وإن الأمة التي تبني مجداً عليها أن تخلق في الأفراد روح الأيمان بقابليتهم على الابتداع وأن تنشئ فيهم الشعور بالعهدة القومية وذلك بالاهتمام بماضيها وربطه بمآثرها وتعريف الناشئة بجهود أسلافهم وما تروم في ميادين العلوم وما كان لها من أثر في تقدم الحضارة

وقد قامت الأمة اليونانية مثلاً في حركتها الاستقلالية في القرن الماضي وثوققت فيها واستطاعت ان تبني كياناً وتكون شخصية دولية . وكان من أهم عوامل نجاح هذه الحركة الاهتمام بالماضي والرجوع اليه ، فلقد قامت الهيئات هناك وكشفت عن مآثر علماء اليونان ونوابيهم في العلوم والآداب والفلسفة وأظهرت فضل أسلافهم على المدينة وبنسوا للناشئة أن أجدادهم كانوا قادة هذا العالم وأنهم يستطيعون باقتناء آثارهم أن يبدؤوا تالذ عديمين وبأذخ عزمهم فزرعوا بذور القابلية والاعتزاز في الأفراد وأثمرت هذه البذور ثمرات يابتهات عادت على اليونان بالاستقلال والحريية . وهناك من الأمم من لا تاربح لها فراح علماءها يخالفون لأمتهم ماضياً ويمولون على الخراجة الى ناشئتهم في أحسن صورة فتمكنوا من خلق روح الاعتزاز ومن إيجاد الأقدام والارادة في نفوس الافراد والجماعات. وللسنا الآن في شمال ضرب الأمثال فقد نخرج من ذلك عن موضوع هذه المقدمة

ونظرة الى الأمم الناهضة القوية ذات التراث الضخم والمآثر العظيمة نجد انها تصرف عنايتها الى القديم وأحيائه، وإلى تقدير العاملين من أبنائها من العباقرة والنوابغ بأفاعة حفلات تذكارية لتخليدهم . وما هي الأمم المختلفة في أوروبا وأميركا تقيم في كل علم حفلات كثرية لأحياء ذكرى عباقرتها ومخترعيها وشعرائها

وقد يعجب القارئ إذا قلت ان الحرب وويلاتها لم تمنع الانكاز من القيام بواجب أحياء ذكرى شاعرهم الأكبر شكسبير في هذا العام، فلقد احتفلوا بذكراه كما دأبتهم وأصمحت صحفهم أعمدهتها للتحدث عنها وعن آثاره ومآثره . ولا يقف الأمر عند هذا الحد بل إذا زرت إحدى الجامعات الأوروبية — الانكليزية مثلاً — وتصمحت برناجتها التدريسي واستمعت الى المحاضرات التي يلقيها الاساتذة هناك تجد أن الاشخاص الذين يُعطى لهم كبر

من العناية والبحث والذكر الحسن ثم انكلز ، ومجدان أول شيء يقدمه الأستاذ لتلاميذه هو تعريفهم بالجهود التي قدمها علماء الانكليز في ميادين المعرفة وما تركهم فيها . ثم بعد ذلك يذكر العلماء الآخرين الذين خدموا العلم

ما المقصد من هذا كله ؟ وهل من فاية وراء ذلك ؟

إن المقصد الاسمي والغاية النبيلة هنا جعل تلك الامة تؤمن بأن لها كياناً معتبراً في عالم الاكتشاف والاختراع وأنه بإمكانها المساهمة في خدمة الانسانية . بذلك تزرع بذور القابلية في الناشئة ، وبذلك تقوى فيهم روح الاعتزاز . وفي هذا كله قوسى تدفع الامة الى السير بخطى أوسع نحو المجد ورفع مستوى الحضارة

إن الامة العربية من الأمم التي خلّفت آثاراً جليلة في ميادين المعرفة عادت على الحضارة بالتقدم والارتقاء. وقد لا يكون هناك أمة لها ما للامة العربية من تراث خالد وأثر بليغ في سير العلوم فلا نتاج القريحة العربية لتأخر سير المدينة بضعة قرون

وبما يؤسف له حقا أننا أهملنا تراثنا ولم نلتفت اليه، وأنه بإهملنا هذا وعدم التفاتنا الى ما تر أسلافنا أصبح لدى الكثيرين منا اعتقاد بعدم قابليتنا وأنه لم يكن لأجدادنا أي جهد فكري علمي ، وأنه لم ينشأ بين العرب من استطاع ان يبلغ في ميدان العلم مبلغ علماء أوروبا وعابقتها . ومن أغرب ما نشاهده اليوم ان نجد كثيرين ينكرون على العرب ما تركهم في مختلف العلوم والفنون ، وقد يزيد استنراب القاريء الكريم اذا علم ان هذا الانكار سائد ومسيطر على المثقفين وأصحاب الشهادات والألقاب العلمية . وليت الأمر يقف عند هذا الحد — حد الانكار — بل يتدها الى الاستخفاف بكل ما هو شرقي عامة وعربي خاصة وإلى التنقص من جهد السلف وفصلهم على المدينة ، بينما نجد في الغرب من قام يدافع عن الحقيقة لأنها حقيقة ومن قام يظهر الحق لأنه حق ، وقد دفعهم الاخلاص للحقيقة ان ينصفوا الحضارة العربية بعض الانصاف اعترف غير واحد بما للمدينة العربية من فضل على مدينة أوروبا التي نعمون بها. وقد ثبت لهم انه كلما تقدم العلماء في البحث عن نتاج قرائح العرب نحى لهم فضل العرب على العلم والعمران بصورة أوضح وظهر لهم ان العرب سبقوا الغرب في وضع النظريات الرياضية والفلكية والفلسفية . وقد قال أحد علماء الانفنج ان بعض ابتكارات واختراعات حسيبائها من عملائنا ثبت بعد قليل ان العرب سبقونا اليها . واعترف بعضهم بما لو كتب الحضارة العربية وما أسدته من خدمات جليلة للمدينة . قال فلوريان : « . . . كان للعرب عصر مجيد عرفوا فيه بانكبابهم على الدرس وسعيهم في ترقية العلم والفن ، ولا نبالغ اذا قلنا ان أوروبا مدينة لهم

بخدمتهم العلمية — تلك الخدمة التي كانت العامل الاول والاكبر في نهضة القرنين الثالث عشر والرابع عشر للميلاد . . . » . وقال ويلز عن حضارة العرب مايلي : « . . . وكانت طريقة العربي أن ينشد الحقيقة بكل استقامة وبساطة وان يجلوها بكل وضوح وتديق غير تارك منها شيئاً في ظل الابهام ، فهذه الخاصية التي جاءتنا نحن الاوربيين من اليونان وهي نشدان النور إنما جاءتنا عن طريق العرب ولم تهبط على أهل العصر الحاضر عن طريق اللاتين . . . »

وبما لا شك فيه ان الحضارة العربية هي حلقة الاتصال بين حضارة اليونان والحضارة الحالية ، فهم الذين حفظوا علوم اليونان وغيرها من الضياع وهم الذين نقلوها ونقلوا معها اضافاتهم الكثيرة الى أوروبا عن طريق الاسبان . ويعترف البارون دي فو بأن الرومان لم يحسنوا القيام بالمرث الذي تركه اليونان ، وان العرب كانوا على خلاف ذلك فقد حفظوه وأتقنوه ، ولم يقفوا عند هذا الحد ، بل تمدّوه الى ترقية ما أخذوه وتطبيقه باذلين الجهد في تحسينه وإتمامه حتى ساموه للصور الحديثة . وهم فوق ذلك أساتذة اهل أوروبا اعترف بذلك العالم الفرنسي الكبير سيديو حيث قال : — « . . . وان نتاج أفكارهم الغزيرة ومخترعاتهم النفيسة تشهد انهم أساتذة اهل أوروبا في جميع الاشياء »

هناك أناس يضربون على نعمة جديدة اقتبسوها عن المجاهدين لفضل العرب والاسلام ، وهذه النعمة تدور حول قولهم ان العرب لم يكونوا غير ثقاة للعلوم ، ومن الغريب ان لا نجد من رد عليهم ، ومن الغريب أن يكون الرد عليهم من عالم اميركي اشتهر بالبحث والتتقيب . قال الدكتور سارطون : — « . . . ان بعض الغربيين الذين يجربون ان يستخفوا بما أسداه الشرق الى العمران يصرحون بأن العرب والمسلمين نقلوا العلوم القديمة ولم يضيفوا اليها شيئاً ما . . . هذا الرأي خطأ . . . لو لم تنقل البناكنوز الحكمة اليونانية لتوقف سير المدينة بضعة قرون . . . » ويضفي الدكتور في كلامه فيقول : — « . . . ولذلك فان العرب كانوا أعظم معاديين في العالم في القرون الثلاثة : الثامن ، والحادي عشر ، والثاني عشر للميلاد »

ولقد ظهر عند العرب علماء عباقرة استطاعوا ان يقدموا جليل الخدمات للعلم كالثاني قدمها نيوتن وفراداي ورتنجن وغيرهم من نوابغ الغربيين . وقد اعترف سارطون وسمت وكاجوري وبول بأن العرب أخذوا بعض النظريات عن اليونان وفهموها جيداً وطبقوها على حالات كثيرة مختلفة ، ثم كوّنوا من ذلك نظريات جديدة وبخوبتاً مبتكرة فهم بذلك قدموا للعلم خدمات جليلة لا تقل عن الخدمات التي أتت من مجهودات كبار رجال الاختراع والاكتشاف في الغرب

اننا أوّل من غيرنا بمعرفة عباقرتنا ونوابغنا . انه لواجب مقدس علينا ان نهم بتراثنا وبما أورثه أسلافنا الى الأجيال

أليس من العيب التفاضح ان لا يعرف الناشئ العربي ان الخوارزمي هو من كبار رياضيين العالم وأنه أول من وضع الجبر بشكل مستقل عن الحساب وقد برّبه وزاد عليه زيادات هامة تعدّ أساساً لكثير من بحوثه . وعلم الجبر هذا من أعظم أوضاع العقل البشري لما فيه من دقة وإحكام في القياسية . ولقد جمع العرب بين الجبر والهندسة وطبقوا الهندسة على المنطق كما طبقوا أكثر العلوم على مختلف مرافق الحياة . واعتزف كاجوري بفضل العرب على الجبر فقال : ... ان العقل ليدهش عندما يرى ما عمله العرب في الجبر « وقال أيضاً : - « ... ان حل المسائل التكميلية بواسطة قطوع الخروط من أعظم الأعمال التي قام بها العرب » ويمكن القول ان بحوث العرب في الجبر والهندسة وفي الجمع بينهما كانت سابقة لبحوث ديكارث وفرما

أليس غريباً ان لا يعرف كثيرون ان العرب هم الذين هدّوا الأرقام الهندية التي نستعملها الآن والتي وصلت الغرب بواسطة الكتب العربية . وليس المهم هنا تهذيب العرب للأرقام بل المهم إيجاد طريقة جديدة لها ، طريقة الاحصاء العشري ، واستعمال الصفر للغايات التي نستعملها الآن ووضع علامة الفاصلة للكسر العشري . ولا يخفى ما لذلك من أثر في تقدم الرياضيات والعلوم وارتقاء الحضارة في مختلف نواحيها

هل سمع القارئ شيئاً عن البستاني الذي امتاز على غيره بمواهبه وقد تبوّأ مركزاً عالمياً في بادن العام ولا سيما في الفلك والمثلثات والهندسة والجبر . وقد اطلع لالاند وهو عالم غربي له في سماء البحث والاستقصاء والانتاج ، أقول اطلع لالاند على ما تر البستاني فكان ان عدّه من العشرين فلكياً المشهورين في العالم كله . وكان من العرب علماء آخرون أدهشوا الأوروبيين وحلّوهم على الايمان بقوة العقل العربي وابداعه . ومن هؤلاء العلماء ابن سينا الذي قال عنه سارطون انه من أشهر مشاهير العلماء العالميين . والكندي الفيلسوف الذي جرى ذكره في كل نادر هو من الذين امتازت مواهبهم بنواحيها العديدة ومن الذين ساعدوا كاردانوس من الاثني عشر عقرباً الذين هم من الطراز الأول في الذكاء في العالم كله

أليس من المؤسف حقاً أن لا يعرف الناشئ العربي أن أجداده تبنا الكيمياء وأنهم أسسوها في الابتكار فيها . وأنهم سبقوا الغربيين في الالتجاء الى التجربة ليتحققوا من صحة بعض نظرياتهم . والنهم يرجع الفضل في استحضار كثير من المركبات والخواص التي تقوم عليها صناعة الحديثة . فلقد استحضروا مركبات تستعمل الآن في صنع الصابون والورق

والحرير والمفرقات والأصبغة والسجاد الاصطناعي . وقد يجهل كثيرون أن جابر بن حيان هو من ألمع علماء الكيمياء العالميين ومن الذين أضافوا اضافات هامة الى الثروة الانسانية العاقية جعلته في عداد الخالدين المقدمين في تاريخ تقدم الفكر . وقد يدهش القراء اذا قلنا أنه وُجد في الأمة العربية من اشتهر في كثير من العلوم كالبيروني ومن كان ذا كعب عالٍ فيها فاق علماء عصره وعلا عليهم وكانت له ابتكارات قيمة وبحوث نادرة في الرياضيات والفلك والتاريخ والجغرافيا . وقد توصل شاو بعد دراسة حياة البيروني وبعد اطلاعه على مؤلفاته الى الوقوف على حقائق لم تكن معروفة خرج منها اعتراف خبير وهو : - « أن البيروني أعظم عقلية عرفها التاريخ » ولو أن هذا الاعتراف صدر عن باحث عربي لرُمي بالتحيز والمبالاة ، ولكنه بحمد الله صادر عن عالم يزن كلامه ولا يبدي رأياً إلا بعد بحث وتحقق . ومن بحوث الغرب من حملته دراسة التاريخ والجغرافيا على القول بأن مقدمة ابن خلدون هي أساس التاريخ وحجر الزاوية فيه وان كتاب معجم البلدان لابي عبد الله ياقوت هو معجم غني جداً بالمعرفة وليس له من نظير في سائر اللغات

لولا العرب لما كان علم المثلثات على ما هو عليه الآن فالهم يرجع الفضل (كما يستحي في هذا الكتاب) في وضعه بشكل مستقل عن الفلك وفي الزيادات الأساسية الهامة التي جعلت الكثيرين يعتبرونه علماء عربياً . ولا يخفى ما لهذا العلم من أثر في الاختراع والاكتشاف وفي تسهيل كثير من البحوث الطبيعية والهندسية . ونظرة الى بحوث الضوء ونظرياته تثبت انه لولا العرب لما تقدم هذا العلم تقدمه الحاضر . يقول الدكتور ماكس مارهورف : « ان العرب أسدوا جليل الخدمات الى هذا العلم الذي تتجلى لنا فيه عظمة الابتكار الاسلامي » وبقيت كتب ابن الهيثم في البصريات منها نهل منه اكثر علماء القرون الوسطى كروجر باكون وبو واتيلو وليوناردو دافنزي وكوبرنيكوس وغاليليو وغيرهم . وتعرف دائرة المعارف البريطانية ان كتابات ابن الهيثم في الضوء أوجت اختراع النظارات . وثبت لي حديثاً من مخطوطة لابن الهيثم في المناظر وصلتني من الأستاذ أحمد سامح الخالدي ان ابن الهيثم هو واضع أساس الطريقة العلمية الحديثة وقد أتى بتجارب رائعة للتحقق من صحة بعض النظريات وهذه التجارب هي التي تجرّبها الآن في المدارس الثانوية والعالمة

ويمكن القول ان ابن الهيثم هو من عاقره العالم الذين قدموا خدمات لا تهمّن للعلوم . ومن يطالع على مؤلفاته ورسائله تتجلى له لما أثر التي أورثها الى الأجيال والتراث القيم الذي خلفه للعلماء والباحثين بما ساعد كثيراً على تقدم الضوء الذي يشغل قرناً كبيراً في الطبيعة والذي له الصلح وثيق بأهم الاختراعات والمكتشفات ، والذي لولاه لما تقدم علماء الفلك والفيزياء

تقدمها العجيب، تقدماً مكنّ الإنسان من الاطلاع على ما يجري في الأجرام السماوية من دهشات وعجرات

وأثبتت التجربات الحديثة أن العرب هم الذين اخترعوا الرقاص والاسطرلاب وكشفوا الخلل الثالث في حركة القمر، وأنهم من الذين مهدوا لاجتياز التكامل والتفاضل واللوغاريتمات (كما سيوضح من بحوث هذا الكتاب) وأنهم من الذين قالوا بدوران الأرض كما أن الرصادم تقيم الدليل على أهلية الجبة فلك الأرض وقد سبقوا غاليليو في وضع بعض قوانين الرقاص

يظهر مما مرّ أن في الغرب منصفين وأن في الغرب من حفرة الانصاف والروح العلمية الصحيحة إلى الاهتمام بالتراث العربي والاعتراف بعظمة النتاج الذي خلفه العقل العربي للعلم والعمران، وقد ثبت لهم أن المدنية العربية مدينة بزدان بها التاريخ ويحسّ للدهر أن يفاخر بها. وأرى أن هذه المدنية لو لم تكن حافة بالما تر مليئة بالفناخر، سامية رائدة لها طابعها الخاص وخصائصها الممتازة لما اشتغل بها الغربيون ولما كتبوا عنها المجلدات ولما اهتمت جامعاتهم بالبحث عن آثارها والعوس على كنوزها. فلقد قدرت جامعة برنستون الأميركية خدمات العرب وأفضالهم على الإنسانية والثقافة فراحت تخصص أنعم ناحية في أجل أبنيتها لما تر علم من أعلام الحضارة الخالدين — الرازي — كإراحت تنقشء داراً لتدريس العلوم العربية والبحث عن المخطوطات وإخراجها ونقلها إلى الإنكليزية حتى يتمكن العالم من الاطلاع على أثر التراث العربي في تقدم العلم وازدهار العمران. وعلى الرغم من هذا الاهتمام وعلى الرغم من البحوث التي قام بها العلماء في تراثنا فلا تزال هناك نواح لم تطعقها من البحث والاستقصاء ولم ينفض عنها بعد غبار الأهمال. ومما لا ريب فيه أن مثل هذه البحوث والموضوعات ليست بالتالي يحسكن اعطاؤها حقها بسهولة. ولئن يتمكن الباحثون والمنقبون من الوقوف على نتاج العقل العربي كاملة وخدماتها للسانة إلا إذا تابعوا استقصاءهم وواصلوا تنقيبهم. وعندئذ يتمكنون من إزالة السحب الكثيفة المحيطة بتراثنا وما ترنا. وليس الجهد الذي أنفقته في وضع هذا الكتاب إلا محاولة لازالة بعض الغيوم المحيطة بتراثنا والكشف عن ما تر العرب في العلوم الرياضية والفلكية

ويدفعني الانصاف إلى القول أنه وجد في الغرب بعض العلماء من الذين لم يتحلقوا بروح العلم الصحيحة ومن الذين لم يكونوا مخلصين للحقيقة وخلق قد أملى عليهم الخلد إلى اساءة العرب فتوهوا كثيراً من الحقائق وقلبو بعضها الآخر وأدخلوا الشكوك والريب في كثير من الحوادث التي تتجدد العرب. وفوق ذلك أخذوا بعض النظريات والاختراعات العربية ونسبوا لها

إلى غير العرب. وقالوا باسم العلم والحقيقة أن العرب لم يكونوا غير ثقلة وأنهم لم يكونوا منتجين وإن الحضارة العربية لم يكن لها أثر يذكر على سير المدنية، ووصموا العقل العربي بالجمود وبكونه دائماً غللة على غيره. وقد يسأل بعض القراء هل من قصد وراء ذلك؟ والجواب على هذا أن القصد التبسيط من عزائنا وإدخال اليأس إلى قلوبنا من نجاحنا. ومن المؤسف حقاً أن تتحقق بعض غايات هؤلاء وبعض ما يرمون إليه إذ كان لذلك كله الأثر الكبير على عقلية طلابنا وكتابنا وأخذ الاعتقاد بعدم قابليتنا يتسرب إلى الكثيرين منا، وأصبحنا هدامين لكياننا، منكرين ميراثنا لا نرى فيه خيراً ولا جالاً ولا متاعاً ولا انتفاعاً ورحنا مفتونين بالحضارة الغربية ما كفين عليها مهملين تاريخنا وحضارتنا وأصبحنا نعرف عن شكسبير وذاقني وجيتي وفراداي ونيوتن وإديسون وباستور أكثر مما نعرف عن المتنبي والمري والبيروني والبوزجاني والخوانزاري وابن الهيثم والبستاني وجابر بن الأفلح وابن رشد والكندي وغيرهم وأصبحنا نرى في المدنية الأوروبية كل الخير وكل الجمال وكل المتاع وكل الانتفاع

قد يسيء بعض القراء الظن، فيرى في أقوالي هذه دعوة إلى إهمال العلوم الأوروبية ونبد الحضارة الغربية. أنا لا أدعو إلى ذلك، ولا أطلب مقاومة تيار المدنية الحالية من كل النواحي. أنا أقول وأطلب أن ندرس إلى جانب المدنية الأوروبية ثقافتنا وتاريخنا. أنا أقول بدرس ما يأتي به الغرب والتدرب على سبله ومساكنه، وأن نضيف إلى ذلك ما في حضارتنا من عناصر خالدة، نزيد أن يعرف النفس العربي ما تر أجداده في ميادين العلوم والفنون ومكتشفاتهم فيها. نزيد أن يشعر الناشء العربي أن أجداده استطاعوا بالعمل الجدي أن يشيدوا حضارة شرقية عربية لا يزال العالم ينعم بما ترها. نزيد أن يعتقد العربي بقابليته وأن يؤمن بنبوغه وأن في إمكانه أن ينتج وأن يبدع

أن في استطاعة علماء العرب ومفكرهم أن يمهّدوا لهذا كله بتقديمهم للعلوم العربية (كما اقتراح الدكتور علي مصطفى مشرفة بك) تنحصر غاياته في بث الثقافة العربية وإحياء الآثار العربية بمختلف الوسائل: كأنشاء مجمع دائم للدراسات العربية والإسلامية يعمل على نشر المؤلفات العربية مع شرحها وبيعها بأثمان معتدلة حتى يتمكن الجميع من الاطلاع عليها والوقوف على ما تر السلف وتراث الأجداد، والعمل أيضاً على إدخال تاريخ العلوم العربية في برامج التدريس في الجامعات والكليات في الأقطار العربية. وبذلك تستطيع هذه المعاهد أن تقوم بواجبها القومي والوطني ويصبح عندئذ معنى لوجودها. وقد اتصلت بمعيد كلية العلوم بالقاهرة

الدكتور علي مصطفى مشرفة بك وطلبت ان تقوم كلية العلوم بهذا العمل الخطير وان تتولى الدعوة لهذا المؤتمر . ويسر شكل عربي ان يكون هذا الطلب تحت الدرس ومجل عناية العميد . والأمل وطيد بأن فكرة بعث الثقافة عن طريق عقد هذا المؤتمر ستخرج بعد الحرب الى حيز الوجود لا أظن أحداً يخالفني في ان الحكومات العربية والجماعات وبعض الأفراد في الاقطار العربية بدأت تسعى لسد النقص الذي لازم الحركات الوطنية والقومية مدة طويلة . فلقد بدأت النهضة الثقافية تسير حثيثاً واستعود على الأمة باليقظة وعلى أبناء الجيل بالاعتزاز . وهانحن اولاء نجد أرباب المعاهد وبعض القامحين بأمر الحكومات العربية يهتمون بإحياء تراث العرب واطهار ما تروم وما قدموه من جليل الخدمات الى المدنية . فلقد أقيمت في مصر والمغرب وسوريا ومرجانات عديدة احياة لذكرى شاعر العرب المنني ، كما أقامت كلية الآداب (منذ ثلاث سنين) أسبوع الجاحظ تكلم فيه عدد من محول الأدب وأئمة البيان في ما ترو الجاحظ وأفضاله على الأدب والفكر . وفي هذه الأيام يلوح للناس حركة جديدة في مصر نحو احياة الكتب القديمة والسعي لتمنض غبار النموض والاهمال عنها . وها هي ذي الحكومة المصرية تشارك مع الأفراد والجماعات في بعث الثقافة العربية عن طريق احياة ذكرى كبار الأدباء والشعراء ونوايع رجال العلم والفن وعن طريق اخراج المخطوطات وطبعها ونشرها ومن المنهج حقاً ان نجد هذا التحسس نحو بعث الثقافة لا ينحصر في جهة واحدة بل في جهات أخرى فقد أقامت كلية الهندسة في جامعة فؤاد الأول بالقاهرة مهرجاناً لاحياة ذكرى ابن الهيثم عام ١٩٣٩ بمناسبة مرور ٩٠٠ عام على وفاته . وقد أشاد بهذا المبعث عدد من كبار العلماء والاساتذة . ولاشك ان هذا الاتجاه الجديد سيدفع بالمعاهد العربية والجماعات والأفراد الى اخراج مؤلفات نوايع الرياضيين والطبيعيين ورسائلهم وجعلها في متناول المتعلمين ولست بحاجة الى القول بأن هذه النهضة لا تزال في أولى مراحلها لم تقطع فيها بعد شيئاً جديراً بالاعتبار . ولكن ما تراه من البدء في الاهتمام بالتراث العربي لما يؤكد لنا ان العرب أصبحوا يدركون ان بعث الثقافة وإحياء القديم وربطه بالماض من أقوى الدعام التي يبنون عليها كيانهم ويشيدون بحدسها

وأختم هذه المقدمة بأنه ما من أمة تستطيع احترام حاضرها وتحقيق مثلها العليا اذا لم تكن على صلة بماضيها محترمة له واقفة على ما فيه من جلال وبهاء . وعلى الأمة التي تبني عزاً وتبني سؤداً ان تصل ماضيها بحاضرها وأن تبني حضارتها على حضارة اسلافها ، وبذلك لا ينبره تستطيع تلك الأمة ان تشعر ناشئتها بأن لهم كياناً محترماً وشخصية مستقلة — وهذا كله يدفع بالأمة الى حيث المجد والعظمة

القسم الاول

مآثر العرب في الرياضيات والفلك

وهو سبعة فصول

الفصل الاول — العلوم الرياضية قبل الاسلام

الفصل الثاني — مآثر العرب في الحساب

الفصل الثالث — » » الجبر

الفصل الرابع — » » الهندسة

الفصل الخامس — » » المثلثات

الفصل السادس — » » الفلك

الفصل السابع — الرياضيات في الشعر

الفصل الاول

العلوم الرياضية قبل الازمنة

مقدمة — نشوء الرياضيات ودوافعه — اثر بابل — اثر المصريين — اثر اليونان

اثر الهنود في الرياضيات — خاتمة

﴿ مقدمة ﴾ : يأخذ الانسان ماحمله غيره ويزيد عليه ، وكيفية الأخذ ومقدار الزيادة يختلفان ويتبعان عوامل كثيرة . وهذه السنة التي سار عليها الانسان هي التي تميزه عن الحيوان . فالانسان منذ القدم يعتمد على غيره ويحاول الاتيان بشيء جديد ، وعلى هذا فالاعتماد والابتكار هما من العوامل اللازمة لتقدم المدنية وارتقاها ، بل لا تقوم حضارة ولا تزدهر ثقافة الا عليها . فلقد اعتمد المصريون على البابليين والكلدانيين والفينيقيين ، واعتمد الاغريقيون على المصريين كما اعتمد الرومان والهنود على من سبقهم من الاغريق وغيرهم وأخذ العرب عن هؤلاء ، واقتبست اوربا عن العرب وعن الذين سبقوهم ، وهكذا فالجهود الفكرية ملك عام يمكن ان يريد ان يعتمد عليها ويقتبس منها ما يعود عليه بالنفع والتقدم ولقد اثبتت التحريات الحديثة ان العلوم الرياضية ميدان اشتركت فيه القرائح المختلفة وأن النتائج فيها لا ينحصر في أمة من الأمم أو شعب من الشعوب فللبابليين نصيب في ميدان الابتكار والانتاج ، وكذلك للمصريين والافريق والهنود والعرب وغيرهم أنصبة هامة في حقول العلم وقد ساهموا في تنميتها وتثريتها حتى وصلت الى ما وصلت اليه لقد ثبت لدى الباحثين ان أقدم الآثار الرياضية وصلت اليها من بابل ومصر ، وهناك دلائل كثيرة لا يحيطها شك تشير الى انتقال هذه الآثار الى الاغريق وقد أخذوها وزادوا عليها . وأبان الأستاذ لويس كاربنسكي L. Karpinski ان الاتصال بين بابل ومصر واليونان كان موجوداً ، وان هناك نظريات ويجوز ان كانت تنسب لعملاء اليونان ثبت أنها من وضع علماء بابل ومصر . وأنكر الأستاذ نفسه ما يدعيه بعضهم من عدم وجود اتصال بين رياضيات الأمم القديمة كما دحض القول بأن رياضيات المصريين القدماء هي ابتدائية من النوع الأولي البسيط

دوافع نشوء الرياضيات

لقد كان نشوء الحساب والجبر والهندسة عند الأمم القديمة، ودوافع كثيرة منها ما هو رغبة خالصة في الوقوف على أسرار العلوم، ومنها ما هو متصل بالحياة قد أوجدته الضرورة وأحدثته الحاجة. حاول الإنسان ان يعرف المبدأ والشكل والمكان والزمان وان يجد العلاقة بينها فنجد عن ذلك تقدم العلوم الرياضية والتوسع في بعض نواحيها. وبينما كان الاغريق يرون قسماً من القداسة في الرياضيات يحول دون استغلالها لمصالح الانسان ومنافعه الدينية نجد أن المصريين وغير المصريين كانوا يمسحون الاراضي وبنون الابنية الضخمة ويكبلون المحصولات ويوزعونها— وهذا كله من العوامل الفعالة التي ساعدت على نمو العلوم الرياضية وارتقائها. اي ان نشوء الرياضيات لا يرجع لعوامل مادية فقط. بل ان هناك عوامل أخرى تتعلق برغبة الانسان في الوقوف على الحقيقة وكشف اسرار الالظمة الكونية خفي بالعلوم الرياضية خطوات واسعة. فكم من قانون أو ناموس كشفه العلماء بدافع كشف الحقيقة وحب الاستطلاع قبل ان يجري استغلاله للنفع المادي، وكم من معادلات ابتكرها الرياضيون بخوافز اللذة العقلية استعملها العلماء فيما بعد في ترقية الصناعة وتركيب الآلات وانشاء المعامل. ويمكن القول بأن الغاية من دراسة العلوم والتعمق فيها شريفة ونبيلة مادامت تتوخى الاخلاص للحقيقة والرغبة في الوقوف على سنن الله في الكون وما يسير عليه من أنظمة وقوانين

أثر بابل في الرياضيات

والآن نأتي الى ما كانت عليه الرياضيات عند الأمم التي سبقت العرب فنقول: لقد ظهر من الألواح^(١) التي عثر عليها العلماء في خرائب بابل الشيء الكثير، فان لوحاً منها يحتوي على مربعات من ١ الى ٦٠، وثبت من ألواح أخرى ان البابليين كانوا يعرفون شيئاً عن المتواليات العددية والهندسة وانهم استعملوا النظام الستيني، وان هناك كسوراً وجدت على أساس هذا النظام. كما انهم كانوا يعرفون شيئاً عن النسبة والتناسب ويقول الدكتور بوجيبر Dr. Otto Neugebauer of Göttingen: « ان في هذه اللوحات ما يفهم منه ان قوانين إيجاد مجموع مربعات الأعداد ومكعباتها كانت معروفة لدى رياضيي بابل — الأمر الذي نسب الى أم أت من بعدهم » وقسموا محيط الدائرة الى ستة أقسام متساوية والى

(١) نرى على هذه الألواح في خرائب بابل وكانت تتخف من الحزف وتتوى في النار. اما حجمها فقد لا يزيد على حجم راحة اليد

٣٦٠ قسماً متساوية. وظهر من الاشكال الهندسية الموجودة على الألواح ان المثلث والأشكال الرباعية كانت معروفة لديهم. واستعملوا للنسبة التقريبية العدد ٣، وكان لديهم طرق لإيجاد مساحات المثلثات والمستطيلات والأجسام كثيرة السطوح والدائرة والأسطوانة والمثلثات القائمة الزاوية واشباه المنحرف. وأتوا على مسائل تؤدي الى معادلات من الدرجة الثانية كالمسألة الآتية: « ... ما طول كل ضلع من اضلاع مستطيل اذا كان مجموع مساحته والفرق بين ضلعيه ١٨٣، ومجموع الضلعين يساوي ٢٧؟ »^(١) وفي بعض الألواح مسائل تبحث في إيجاد المستطيل اذا عرفت بعض العلاقات بين اضلاعه

أما في تلك فلعلم عبادتهم لبعض الاجرام السماوية دفعهم الى الاهتمام به، وظهر لبطلميوس من ألواح وصلت اليه ان البابليين كانوا على معرفة بالخسوف وبعض الكواكب والنجوم

أثر المصريين في الرياضيات

ونأتي الآن الى المصريين فنجد أنهم عرفوا نظرية فيثاغورس وقد ثبت هذا لدى المحققين^(٢) وليس المهم هنا معرفتهم لها، بل سبقهم اليونان في معرفتها زمن طويل، وقد استعملوها في انشاء المثلثات القائمة الزاوية. ويقول الأستاذ كارل نيسكي بشأن جهود المصريين في الرياضيات « ... إنه لمن الاجحاف حقاً ان يُنظر الى جهود المصريين في الرياضيات كجهود أمة ابتدائية غير متحضرة ليس فيها ما يدل على تقدم فكري أو ارتقاء على حين تقوم أمامنا شواهد كثيرة تنطق بفضلهم ونبوغهم، فهذه اهرامهم ومبانيهم وما فيها من هندسة بالغة، وهذه مهارتهم في صناعة الخلي وفي ابتكار الالامب العقلية وبراعتهم في صناعة النحت وأثر ذلك في صناعة اليونان، وكذلك انظمتهم في النقد والاوزان والقياسات — كل هذه تؤيد القول بأن المصريين قد ضربوا بسهم وافر في الحضارة وقطعوا شوطاً بعيداً في التقدم والرقي » وتحقق لدى الكثيرين أن المصريين استعملوا معادلات ذات الدرجة الأولى وقد أتوا في حلها على طرق ذات خطوات صحيحة وأنهم عرفوا شيئاً عن معادلات ذات الدرجة الثانية، وقد حلوا مسائل تؤدي اليها والى ما يتعلق بتقسيم مربع الى مربعين بحيث

$$(١) \text{ أما الوضع الجبري لهذه المسألة فهو: } 3س + ص = 183 \text{ — } ص = 27$$

$$3س + ص = 27$$

(٢) لقد استدل بعض العلماء على ان المصريين عرفوا نظرية (فيثاغورس) من وجود مثلثات قائمة الزاوية بالمثلثي الهندسي الدقيق في اشكال الاهرام. ومن وجود مسائل يحتاج حلها الى العلاقة: —

$$٢٦ + ٢٨ = ٢١٠ \text{ أو } ٢٣ + ٢٤ = ٢٥$$

اي العلاقة التي تبين خواص المثلث القائم الزاوية التي اضلاعه ٣ و٤ و٥

تكون النسبة بين ضلعيين تساوي نسبة معلومة . وتبين من بعض الآثار ان المصريين أو على أعمال رياضية تدل على أنهم كانوا يعرفون التواليات العددية والهندسة وكيفية إيجاد مجموع عدة حدود من كل منها ، وإيجاد الوسط العددي بين كيتين معلومتين ^(١) . وعلى كل حال يقول الأستاذ كاربنسكي : — « ... فان هذه البحوث تدل على تقدم مثير للدهش والإعجاب بالرياضيات عند المصريين وعلى ارتفاع تفكيرهم الرياضي ومقدّمهم على التحليل »

أثر اليونان في الرياضيات

أخذ اليونان كثيراً عن المصريين وكانوا على اتصال بالبابليين وقد زادوا على ما اخذوا وأضافوا إضافات هامة تعتبر أساساً لبعض فروع المعرفة . اشتغلوا في الهندسة فلم يتركوا فيها زيادة لمستزيد ، فهم الذين أقاموا لها البراهين العقلية والخطوات المنطقية فرتبوا نظرياتها وعملياتها . ولا تكون مبالغين إذا قلنا ان العالم مدين لعلماء الاغريق بالهندسة السنوية التي نعرفها الآن . وما الامم التي أتت بعدهم الا عالة عليهم في هذا العلم على الرغم من ادخال علماء هذه الامم مسائل كثيرة ووضعهم اعمالاً صعبة وحلولهم عمليات بطرق ملتوية وإيجادهم برهين لمسائل لم يبرهن عليها علماء اليونان . ولسنا بحاجة الى القول بأن كتاب اقليدس في الهندسة هو أهم الكتب التي وضعت في هذا العلم بل هو المعين الذي استقى منه علماء الغرب والشرق على السواء والمنهل الذي لا يزال ينهل منه علماء الهندسة ويرجع اليه الاساندة والمعلون . أما محتوياته فقد وضعها اقليدس في أبواب وهي كما يلي : —

- ١ — تطابق الثلثات ، التوازيات ، نظرية فيثاغورس
- ٢ — بعض التطابقات والبرهنة عليها هندسياً : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ وانساحات
- ٣ — الدوائر
- ٤ — الاشكال المرسومة داخل الدائرة أو خارجها
- ٥ — التناسب هندسياً ، وقد بحث في هذا الباب كيفية حل المعادلات الكسرية هندسياً
- ٦ — تشابه المضامات
- ٧ . ٨ . ٩ — الحساب ونظريات الاعداد القديمة
- ١٠ — الكيمياء التي ليس لها مقياس مشترك
- ١١ ، ١٢ ، ١٣ — الهندسة المجسمة

(١) من اراد التوسع في رياضيات المصريين القدماء فليرجع الى محاضرة الاستاذ لويس كاربنسكي التي ألقاها في القاهرة في نوفمبر سنة ١٩٢٣ . وقد سبق ان أرسلنا اليها الاستاذ فؤاد صروف لترجمتها والتعليق عليها . وظهرت الترجمة والتعليق في مقتطف مارس سنة ١٩٢٦ وفي كتاب تراث مصر القديمة كفضل من فصله

وفوق ذلك رغب علماء الاغريق في معرفة منحنيات غير الدائرة تتكوّن من تقاطع الخروط الدائري بمستوي قدّمتهم هذه الرغبة الى درس قطع المخروطات على أنواعها من شكل اهليلجي الى قطع مكافئ الى قطع زائد ودرسوا خواصها . ولعل مينا كيموس واريستوس واقليدس واريخيدس وابولونيوس اكثر العلماء اهتماماً بهذه الموضوعات . وعلى ذكر ابولونيوس نقول انه حلّ المسألة المسماة باسم (مسألة ابولونيوس) وهي : « كيف ترسم دائرة تمسّ ثلاث دوائر معلومة » . وفي آثار علماء آخرين نجد بحوثاً تقرب من نظرية افناء الفرق theory of Exhaustion وسبأني تفصيل ذلك فيما بعد . وينسب الى نيكوميديس انه كهف ال Conchoid وهو منحني يمكن بواسطته تقسيم الزاوية الى ثلاثة اقسام متساوية . أما ديوكلس Dioekles فهو الذي أتى ب Cissoid وقد استعمل هذا المنحنى في

إيجاد الوسطين المتناسبين لمستقيمين معلومين

أما الحساب والجبر فلم يصل علماء الاغريق بهما درجة الهندسة ، ويرجح ان السبب الاول في ذلك يرجع الى عدم وجود نظام للتعداد كالنظام العشري الذي يسهل الاعمال وحل المسائل الرياضية . وصرف فيثاغورس وغيره من العلماء اهتمامهم الى الاعداد فكانوا ينظرون اليها نظرة تقدّس ويرون ان لها خواص وان لكل منها معنى . ووضعوا نظريات عن الاعداد وخصائصها وقسموها الى زوجية وفردية وعرفوا شيئاً عن الاعداد التامة والزايدة والناقصة والتجانبية ^(١) وعرفوا كثيراً عن التناسب ويعتقد أنهم عرفوا التناسب : —

$$\frac{1}{c} = \frac{b-1}{b}$$

$$\text{وكذلك } 1 : \frac{b+1}{2} = \frac{b+1}{2} : b$$

وكان بعض علماءهم يعتقدون ان لكل (مسألة او حقيقة) في الحساب ما يقابلها في الهندسة وانه يمكن التعبير عنها وحلها هندسياً لم يكن علم الجبر عند علماء الاغريق علماً مستقلاً كما هو الآن او كما كان معروفاً عند العرب بل كانوا يعتبرونه جزءاً من الحساب ويبحثون من بحوثه . وقد عرفوا شيئاً عن بعض التطابقات في الجبر وبرهنوا عليها هندسياً . منها : —

(١) سبأني تفصيل هذه فيما بعد

$$2(ب+1) = 2 + 12 + 2$$

$$2(ب+1) = 2(ب-1)$$

$$1(س+ص+ع) = 1س+1ص+1ع$$

$$2(ب-1) = 2 - 12 + 2$$

وهناك حلول لبعض المعادلات ذات الدرجة الثانية وُجدت في بعض كتب اليونان فقد حلَّ هيبوكراتيس Hippocrates عمليات أدَّت الى حلِّ المعادلة : —

$$س^2 + 7 = 7س$$

وحلَّ إقليدس أعمالاً تقول الى : —

$$(1) س^2 - 3س = 3ص$$

$$(2) س^2 - 3س = 3ل$$

$$(3) س^2 - 3س = 3أ$$

وكذلك نجد في كتابه عن الهندسة أنه حلَّ أعمالاً هندسية تؤدي الى حلول : —

$$س^2 + 1س = 1ص$$

$$س^2 + 1س = 1ع$$

$$س^2 + 1س = 1أ$$

$$144س(14س) = 6720$$

ويرجح أنه استعمل حلاً تحليلياً لايجاد المجهول كما استعمله أيضاً في حلول معادلات أخرى . والأثر تأتي الى (ديوفانتوس) وكتابه في الحساب فنجد أنه يحتوي على بعض رموز استعملها المؤلف في الجبر وعلى معادلات من الدرجة الأولى والثانية وعلى حالة خاصة للمعادلة تكعيبية واحدة . وكذلك على معادلات آتية (في أوضاع خاصة) من الدرجة الثانية وأتى بمسائل يقول حلها الى معادلات من الدرجة الثانية ووجد جذرها ، ولم يأخذ بالجذور السالبة والصماء كما أنه لم يجد غير جذر واحد حتى ولو كان للمعادلة جذران موجبان . ومن معادلات التي حلها : $84س^2 + 7س = 7$ وذكر ان الجذر هو 1/7

ويمكن القول ان المعادلات التي حلها هي : —

$$س^2 - 2س = 3ص$$

$$س^2 - 2س = 3ع$$

$$س^2 - 2س = 3أ$$

ووضع لسلك نوع حلا يختلف قليلاً عن حل النوع الآخر . ويجب كاجوري كيف ان ديوفانتوس لم يستطع ان يجد جذري المعادلة حتى ولو كانا موجبان

وتناولت بحوث ديوفانتوس المعادلات ذات الدرجة الأولى والثانية والمعادلات غير المعينة او (السالبة) وكانت مجوته في الاخيرة مبتكرة ذات قيمة رياضية ، ولقد أتى على المعادلة السالبة الآتية : — $1س^2 + 3س + 3ص = 3ص$

وأوجد بعض حلول خاصة لامثال هذه المعادلة

ومع ان الموضوعات التي تناولها كتابه هذا هامة إلا ان هناك ما يقلل من أهميتها الرياضية فقد كان يستعمل طريقة خاصة لكل مسألة ، ولم يأت على حل عام او طريقة عامة يمكن اتباعها في حل بعض المسائل ، كما أنه كان يكتب بحل واحد بينما نجد ان المعادلات التي عالجها تقبل حوالاً عديدة . ونجد أيضاً ان ديوفانتوس وهيرون قد استعملا طرقاً لجمع المساحات الى الاطوال كما كان يفعل البابليون . ومن هنا كما يقول كاربنسكي : « يظهر الاتصال بين حضارة اليونان وحضارة بابل واضعاً جلياً »

وحلَّ بعض علماء الاغريق معادلات من الدرجة الثالثة ولكن من النوع البسيط وقد حلَّ أرخيدس بعض المعادلات بواسطة تقاطع المنحنيات . وأتى ديوفانتوس على مسألة أدَّت الى المعادلة الآتية : — $س^2 + 3س = 3ص + 4$

ولا يخفى ان حلَّ هذه المسألة بسيط جداً باستعمال التحليل . وعلى كل حال فقد عني اليونان بالجبر واعتبروه جزءاً من الحساب وعرفوا شيئاً عنه ولكن بصورة غير منظمة وكان يغلب على حلول مسائلهم الحالات الخاصة وقد اتبعوا في بعضها طرقاً تحليلية

لاشك ان دراسة الكرة الأرضية والكواكب والنجوم من العوامل التي ساعدت على نمو علم المثلثات وتقدمه فلم يكن هذا العلم معروفاً عند الامم التي سبقت اليونان . وعلى الرغم من ان Aristarchus الفلكي حاول ان يجد المسافات بين الارض والشمس والقمر وان يحسب أقطارها وعلى الرغم من استعماله نسباً مثلثية في اجراء عملياته ، على الرغم من هذا كله فن العلماء يعتبرون ان علم المثلثات لم يبدأ فعلاً إلا من هيبارخوس Hipparchus الذي وضع مؤلفات يبين منها أنه عرف بعض النسب المثلثية وعلاقات بعضها مع بعض . وكان هو وغيره

من الرياضيين يفرضون الثلث مرسوماً داخل دائرة عند حله

وقد حلَّ مسألة تستدعي استعمال قانون يشتمل على بعض النسب المثلثية . ويؤكد هيث

Heath ان هيبارخوس وبطلموس عرفا المعادلة : —

$$3أ + 3ب = 1$$

أما هيرون فقد برع في حساب المثلثات واستعمل بعض القوانين لايجاد مساحة المضامع المنتظمة وهذا على رأي سميث D. E. Smith يشير (على ما يظهر) الى بعض النسب المثلثية

نارة

وقبل ان نختّم هذا البحث لا بدّ لنا من الاشارة الى ان بلداناً اخرى اشتهلت بالعلوم الرياضية كالصين واليابان والرومان ، وكان لها بعض المآثر لم تر ضرورة لسردها اذ ليس فيها ما يستدعي الاهتمام بصفة خاصة والذي لا أشك فيه انه كان بين البلاد المختلفة التي تمت فيها العلوم الرياضية اتصال ، وان كلا منها كان يعتمد على من سبقه ويحاول إدخال تحسينات على ما أخذ أو اقتبس كما كان يسعى للزيادة والابتكار

وفي رأي أن التطوّر الذي أصاب العلوم الرياضية والتي أدّى الي تقدمها ونموّ فروعها الرئيسية من الحساب الى الهندسة الى الجبر الى التفاضل كانت نتيجة لعاملين أحدهما رئيسي وأوّلّي وهو رغبة سامية نبيلة في توسيع المعرفة العامة والوقوف على أسرار الكون وتزويد العقل بالنتائج واللذة . والثاني هو اتصال هذه الفروع (في بعض نواحيها) بشؤون الانسان العملية ومصالحه المادية

الفصل الثاني

مآثر العرب في الحساب

نظام الترقيم وأنواع الأرقام — فكرة الصفر والعلامة العشرية — الحساب النبخاري والهنائي — أبواب الحساب — طرق الجمع والفرق ونواتها للمبتدئين — بحوث النسبة — استخراج الجوهولات — طريقة الخطأين — طريقة الكفات — طريقة العمل بالعكس — نظريات الأعداد — الأعداد المتحابة وقاعدة ابن قرة — التواليات

برع العرب في العلوم الرياضية وأجادوا فيها وأضافوا إليها إضافات هامة أثارت الإعجاب والدهشة لدى علماء الغرب فاعترفوا بفضل العرب وأثّرم الكبير في تقدّم العلم والعمران . لقد اطلع العرب على حساب الهنود فأخذوا عنه نظام الترقيم اذ رأوا أنه أفضل من النظام اليانغيينم — نظام الترقيم على حساب الجمل (١) — وكان لدى الهنود أشكال عديدة للأرقام هدّب العرب بعضها وكوّنوا من ذلك سلسلتين عُرفت إحداهما بالأرقام الهندية وهي التي تستعملها هذه البلاد وأكثر الاقطار الاسلامية والعربية ، وعرفت الثانية باسم الأرقام

(١) اقتبس العرب فكرة حساب الجمل عن البلاد التي استولوا عليها في إبان الفتح الاسلامي . وقد وجدوا ان المصريين يستعملون نظام الترقيم بالحروف النبطية بينما في سوريا تستعمل الحروف اليونانية . فوضعوا الشكل حرف رقفاً خاصاً يدل عليه . فكان الجدول كالي : —

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠
٨٠	٩٠	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠	١٠٠٠				

ومرّوا الأعداد التي تزيد على الألف بضم الحروف بعضها الى بعض فكان يقال

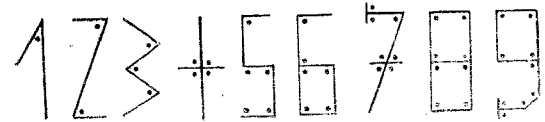
٢٠٠٠ بق ٣٠٠٠ بعب ٤٠٠٠ كعب وهم جربا

ولم يعد لهذا النظام أية قيمة فقد تركه العرب واستعاضوا عنه بالنظام الهندي في الترقيم العام على النيم الوضعية للأرقام او ما يسمونه بالنظام العشري

النبارية^(١) وقد انتشر استعمالها في بلاد المغرب والأندلس. وعن طريق الأندلس وبوساطة انعامات التجارة والرحلات التي قام بها بعض علماء العرب والسفارات التي كانت بين الخلفاء وملوك بعض البلاد الأوروبية دخلت هذه الأرقام إلى أوروبا وعرفت فيها باسم الأرقام العربية Arab Numerals وليس المهم هنا تهبذ العرب للأرقام وتوفيقهم في اختصار هاتين السلسلتين أو إدخالهما إلى أوروبا، بل المهم إيجاد طريقة جديدة لها — طريقة الأحصاء العشري — واستعمال الصفر لنفس الغاية التي نستعملها الآن^(٢) —

ولقد كان الهنود يستعملون (سونيا) أو الفراغ لتدل على معنى الصفر. ثم انتقلت هذه

(١) قال البيروني: «ان الأرقام النبارية والهندية هي أحسن ما عند الهنود وهي منتخبة من أرقام الحساب المتنوعة التي كانت معروفة عندهم»، ويرى بعض العلماء ان السلسلة النبارية مرتبة على أساس الرتبة رقم ١ يتضمن زاوية واحدة، ورقم ٢ يتضمن زاويتين وهكذا... والأرقام على أساس الزوايا كما يلي: —



ثم دخل في أشكال هذه السلسلة بعض التحوير وطراً عليها تغييرات بسيطة فأصبحت في الشكل المرفوع

1 2 3 4 5 6 7 8 9

ويرى آخرون ان هذه الأرقام تقرب من أشكال بعض الحروف العربية وقد جمعها بعضهم في الآيات الآتية: —

ألف وحده تم حجج بعده عين وبعد العين عو رسم
هـه وبه الهاء شكل ظاهر يبدو كخطاف إذا هو رقم
سفران ثانياً وقد ضم معاً وألواو تسمياً بذلك تحتم
9 8 7 6 5 4 3 2 1

أ ب ج د هـ و ز ح ط ي ك ل م ن هـ و 8 7 6 5 4 3 2 1

أما الأصل في تسميته بالعربية وهو ان أهل الهند كانوا يأخذون عبارات أجنبية ويبدون على لوح من حجره (أو من مكان مستواً) ويرسمون عليه الأرقام التي يحتاجون إليها وعلماهم الحسابية ومعانيها التبرير.

(٢) كان الهنود يستعملون النقطة (•) لتدل على الصفر. ثم استعملوا الدائرة (o) عوضاً عن النقطة ليس النقص. وفي أول الأسر لم يأخذ العرب بالدائرة نظراً لتشابهها للعدد (o) خمسة. بل استعملوا النقطة لتدل على الصفر. وفي بعض مؤلفات جسيه وغيره ان العرب في بعض الأحيان أخذوا بالنقطة وكذلك بالدائرة واستعملوها لنفس الغرض. ثم كان ان اختيرت النقطة لتكون في الأرقام الهندية. والدائرة لتكون في الأرقام النبارية أو الأرقام المنتشرة الآن في أوروبا وأمريكا. واستعمل بعض المؤلفين الدائرة لتدل على الصفر في سلسة الأرقام الهندية وقد وجدت في كتاب الخلاصة (وهو مخطوطة صارت عليها في المكتبة الخالدية بالقدس) ان المؤلف — جهاد الدين الأملی — استعمل الدائرة لتدل على الصفر في الأرقام الهندية كما استعمل (E) لتدل على العدد (o) خمسة

النقطة الهندية إلى العربية باسم (الصفر) ومن هنا أخذها الأفرنج واستعملوها في لغاتهم فكان من ذلك Cipher و Chiffre، ومن الصفر أتت الكلمة Zephyr و Cipher ثم تقلصت عن طريق الاختصار فأصبحت Zero ومن المرجح أن العرب وضعوا علامة الكسر العشري، ولكن الذي لا شك فيه أنهم عرفوا شيئاً عنه فقد وضع بعض علماءهم (الكاشي) عند حساب النسبة التقربية (ط) قيمتها على الشكل الآتي ١٤١٥٩٢٦٥٣٥٨٩٨٧٣٢ ٣

ولم نستطع ان نتأكد من استعمال الكسر العشري (الفاصلة)، وهذا الوضع يشير إلى ان المسلمين في زمن الكاشي كانوا يعرفون شيئاً عن الكسر العشري وانهم بذلك سبقوا الأوروبيين في استعمال النظام العشري^(١)

ولقد قسم العرب الحساب العملي إلى قسمين: «النباري» وهو الحساب الذي يحتاج استعماله إلى أدوات (كالقلم والورق)، و«الهنائي» وهو الحساب الذهني الذي لا يحتاج استعماله إلى أدوات... وهو علم يتعرف منه كيفية حساب الاموال العظيمة في الخيال بلا كتابة ولها طرق وقوانين مذكورة في بعض الكتب الحسابية. وهذا العلم عظيم النفع للتجار في الاسفار وأهل السوق من العوام الذين لا يعرفون الكتابة ولتخوفاً اذا عجزوا عن إحضار آلات الكتابة^(٢)

وقد وضع العرب مؤلفات كثيرة في الحساب وترجم العربيون بعضها وتعلموا منها وكان لها أكبر الأثر في تقدمه، وسيأتي لنا هذا في الفصل الثاني. ومن هذه المؤلفات كانوا يقسمون الحساب إلى أبواب منها ما يتعلق بحساب الصحاح، ومنها ما يتعلق بحساب الكسور ويذكرون في كل منها اممالاً مختلفة يضمونها في فصول: الاول في الجمع والتضعيف، والثاني في التصنيف، والثالث في التفریق (الطرح)، والرابع في الضرب^(٣)، والخامس في القسمة^(٤)، والسادس في التجذير واستخراج الجذور، وكان لهم اسلوب خاص في اجراء هذه العمليات ويذكرون لكل منها طرقاً عديدة. ومن هذه الطرق ما هو خاص بالمبتدئين وما يصح ان يتخذ وسيلة للتعليم. ولقد اثنه بعض رجال التربية في أوروبا إلى قيمة هذه الاساليب السطورية في كتب

(١) سبت — تاريخ الرياضيات — ج ١ ص ٢٩٠ و ج ٣ ص ٢٣٩ والكاشي في فصول القواعد.

(٢) كتاب شامي — كشف الظنون — ج ١ ص ٤٣٧

(٣) القرب (عند العرب) وجوه كثيرة وورد في بعض مؤلفاتهم (ملاح اختصارية) فيها بحث وفيها طرافة كبيرة (الفتح يحتاج إليها في أبواب كثيرة من الفقه منها باب الفرائض والوصايا والبركة وغيرها... ولقد دراستها تبين ان القسمة بالخاصة هي ما نسميه بالتعريف الحديث (التقسيم التناسلي) وقد أتى العرب فيه على مسائل عملية كثيرة

عند العرب . وسأتي على ما توصلوا إليه من هذه البحوث في فصل الجبر وفي القسم الثاني من هذا الكتاب . ولقد ظهر لنا في بعض المخطوطات والمؤلفات أنهم استعملوا مسائل يحد فيها من يحاول حلها ما يشجذ الذهن ويقوّي الفكر ، وأبدعوا في الرهانات السحرية ، يعترف بذلك ذي ثبو وغيره من علماء الأفرنج . وسأتي الكلام عنها في فصل الهندسة

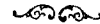
الأول فالعددان ٢٢٠ و ٢٨٤ متجانان لأن أجزاء الأول ٢٢٠ من ١ و ٢ و ٤ و ٥ و ١٠ و ٢٠ و ٢٢ و ٤٤ و ٥٥ و ١١٠ و ٢٢٠ و جعلتها ٢٨٤ . وأجزاء العدد ٢٨٤ هي : ١ و ٢ و ٤ و ٧ و ١٤ و ٢٨ و ٢٢٠ و جعلتها ٢٢٠ وقد وجد ثابت بن قرة قاعدة لإيجاد الأعداد المتجانة وهي كما يلي :

$$\begin{aligned} & \text{إذا كانت } \text{ب} = ٢ \times ٣ = ٦ ، \text{ع} = ٢ \times ٣ = ٦ \\ & \text{ب} = ١ - ٢ ، \text{ع} = ١ - ٢ \\ & \text{ب} = ١ - ٢ ، \text{ع} = ٢ \times ٩ = ١٨ \quad (\text{ن عدد صحيح}) \\ & \text{رَكَت ب} ، \text{ع} = \text{أعداد أولية} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{فإن } \text{ه} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨ ، \text{ع} = ٢ \times ٢ = ٤ \quad \text{عددان متجانان} \\ & \text{فإذا كانت } \text{ن} = ٢ \end{aligned}$$

$$\text{ب} = ١١ ، \text{ع} = ٥ ، ٧١ = \text{ع} ،$$

$$\text{حيث عددان } \text{ه} = ٢٢٠ ، \text{ع} = ٢٨٤ \text{ متجانان}$$



الفصل الثالث

مآثر العرب في الجبر

لفظة جبر — العرب أول من ألف في الجبر — المعادلات عن الخوارزمي — طرق حلها — التوزيع عند العرب — طريقة الخطأين — طريقة الخطأ الواحد — حل المعادلات التكبيبية — معادلة المبايئي — مسألة الكوهي — معادلات الدرجة الرابعة — حلول ابن بدر والخيّام لبعضها — المعادلات البيانية — نظرية ذات الحدين — المتواليات — قوانين جمع الأعداد الطبيعية المرفوعة إلى القوى ١ ، ٢ ، ٣ ، و ٤ — الجذر الأصم — التيم — التفرعية الجذور الصم — اللوغارتمات وتعميد ابن حرة — التكاليف والتفاضل وتعميد ابن حرة

اشتمل العرب بالجبر وأتوا فيه بالحبب المعجاب حتى إن كاجبري قال " إن العقل ليدهش عند ما يرى ما عمله العرب في الجبر " وهم أول من أطلق لفظة جبر^(١) على العلم المعروف الآن بهذا الاسم وعندهم أخذ الأفرنج هذه اللفظة Algebra ، وكذلك هو أول من ألف فيه بصورة علمية منظمة ، وأول من ألف فيه محمد بن موسى الخوارزمي في زمن النعمان . فلقد كان كتاب الخوارزمي في " الجبر والمقابلة " منبهاً نهل منه علماء العرب وأوروبا على السواء واعتمدوا عليه في بحوثهم وأخذوا عنه كثيراً من النظريات . وقد أحدث أكبر الأثر في تقدم علم الجبر كما أحدث كتابه في الحساب " بحيث يصح القول بأن الخوارزمي وضع علم الجبر وعلمه وعلم الحساب للناس أجمعين^(٢) ، ولقد كان من حسن همتنا العلمية الحديثة أن قبض الله الأستاذ الدكتور علي مصطفى مشرفة بك والدكتور محمد موسى أحمد ففتمرا

(١) قال الأمل في معنى كليمي (الجبر والمقابلة) ما يلي : " وتعمل ما يتضمّن السؤال سائلاً على ذلك النوال لينتهي إلى المعادلة . والطرف ذو الاستثناء يكمل على الآخر وهو الجبر . والاحتمال النتيجة المتساوية في الطرفين تسقط منها وهو المقابلة " أي إن $\text{ب} + \text{س} = \text{د} + \text{س} = \text{ع} + \text{س} = \text{ف} + \text{س} = \text{ح} + \text{س}$ فالجبر تصح $\text{ب} + \text{س} + \text{د} + \text{س} + \text{ع} + \text{س} + \text{ف} + \text{س} + \text{ح} + \text{س} = ٣ \text{س}$ وبالمقابلة تصح $\text{د} + \text{س} = \text{ع} + \text{س} = \text{ف} + \text{س} = \text{ح} + \text{س}$.
 (٢) مقدمة كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي — قدمه وعنى عليه الأستاذان مشرفة بك ومحمد موسى أحمد

(كتاب الجبر والمقابلة) للخوارزمي عن مخطوط محفوظ باكسفورد في مكتبة بودلين، وهذا المخطوط كتب في القاهرة بعد موت الخوارزمي بنحو ٥٠٠ سنة. وقد علقا عليه وأوضحا ما استغل في بحوثه وموضوعاته. ولقد سبقنا الغربيون الى نشر هذا الكتاب والتعليق عليه كما سبقنا الى نشره بالعربية وكلاهما ذلك عام ١٨٣١ م. واليوم ولأول مرة ينشر الدكتوران الاصل العربي (لكتاب الجبر والمقابلة) مشروحا ومعلقا عليه باللغة العربية. وأملنا وطيد بأن يكون نشر هذا الكتاب فاتحة لنشر غيره من الكتب والمخطوطات العربية الاخرى في مختلف نواحي المعرفة وفي هذا خدمة جليلة من شأنها أن تربط الماضي بالحاضر وأن تقوي الدعام التي عليها نبني كياننا

راى الخوارزمي أن الأعداد التي يحتاج اليها في كتاب حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضروب وهي جذور وأموال وعدد مفرد لا ينسب الى جذور ولا الى مال. فالجذر هو ما يرمز له في الجبر الحديث بالرمز (س) والمال (س^٢) والمدد المفرد هو المدد الخالي من (س). وفي بعض المؤلفات القديمة استعمل العرب للجذر أو لكلمة مجهول لفظه « شيء » ومضروبه في نفسه كلمة « مال » وان المال في المجهول يساوي « كعباً » (١) وما يتفرع عن هذه مال انال (٢) ومال الكعب (٣) وكعب الكعب (٤) . . . الخ واستعملوا أيضاً التعبير « جزء الشيء » (٥) ليدل على معكوس الشيء $\frac{1}{س}$ ، وجزء انال ليدل على $\frac{1}{س^2}$ وجزء الكعب ليدل

على $س^3$... وهكذا. وقسم الخوارزمي المعادلات الى ستة أقسام وهي :-

- أموال تميل جذوراً " أي $س م = ٢ = ٢ س$
- أموال تميل عدداً " أي $س م = ٢ = ح$
- جذور تميل عدداً " أي $س م = ح = ح$
- أموال وجذور تميل عدداً " أي $س م = ٢ = ح = ح$
- جذور وعدد تميل أموالاً " أي $س م = ح = ح = ٢ م$

- (١) أي $س^2 = س \times س = ٢ س$
- (٢) أي $س^2 = س \times س = ٢ س$
- (٣) أي $س^3 = س \times س \times س = ٢ س$
- (٤) أي $س^3 = س \times س \times س = ٢ س$

(٥) اذا فرضنا أن الشيء $س$ فيكون جزء الشيء $\frac{1}{س}$ ، وإذا كانت $س = ٢$ ، فجزؤها هو $\frac{1}{٢}$

ثم أتى على حل كل من هذه الأقسام بذكر الامثلة وإيضاحها بالتفصيل ولم يستعمل في ذلك رموزاً (١) ، ومن يطلع عليها يدرك الجهد الكبير الذي كان يصرفه هو وغيره من علماء العرب في حل المسائل الجبرية والعناء الذي كانوا يلاقونه في التفسير وإجراء العمليات. ومن حلول هذه الانواع وبشرحا بأمانة عديدة يتبين أن العرب كانوا يعرفون حل المعادلات من الدرجة الثانية وهي نفس الطريقة الموجودة الآن في كتب الجبر للمدارس الثانوية. ولم يجدها إلا هذه المعادلات جذرين واستخرجوها اذا كانا موجبين، وهذا من أهم الاعمال التي توصل اليها العرب وافقوا به غيرهم من الامم التي سبقتهم. ويمكن تلخيص الطرق التي اتبعوها في حل ذات الدرجة الثانية وهي كما وصفها أحد علماء العرب بالكلمات الموجزة الآتية: " اذا كانت الجذور مع الأموال تفرح النصف، وإن كانت مع المدد تحمله وإن كانت وحدها طرحت المدد من ضرب النصف في نفسه وحملت جذر التفاضل ونقصته يخرج لك جذر المال "

أي لو كانت المعادلة من نمط: $س م = ٢ س = ح$ فإن $س = \sqrt{٢ - ح}$

وإذا كانت على طراز $س م = ح = ٢ س$ فإن $س = \sqrt{\frac{٢}{٢} + ح}$

اما إذا كانت $س م = ٢ س = ح + ح$ فإن $س = \sqrt{\frac{٢}{٢} + ح - ح}$

(١) أما الطرق التي كان يحل الخوارزمي بها هذه المعادلات فعطوية وسنأتي على مثال واحد يرى القارىء ما كان يعانيه علماء العرب في حل الاعمال، ويقدر أثر « التمييز بالرموز » في تسهيل الجبر والعلوم الرياضية. ورد في كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي المعادلة الآتية :-

« ملان وعشرة اجذار تميل ثمانية واربعين درهماً . . . وكيفية الحل كما يلي « ومنه أي مالين اذا جمعا وزيد عليهما مثل عشرة اجذاراً أحدهما بلغ ثمانية واربعين درهماً فيذنب أن ترد المالين الى مال واحد وقد علمت أن ملان من مالين نصفهما ، فأردد كل شيء في المسألة الى نصفه فكأنه قال : مال وخمسة اجذار يعادل ٢٤ درهماً . . . وميناه أي مال اذا زدت عليه خمسة اجذاره بلغ أربعة وعشرين ، نصف الاجذار فتكون اثني عشر ونصفاً فأضربها في مثلها فتكون ستة وربعاً فزدها على الاربعه والدينين فيكون ثلاثين درهماً وربع درهم فخذ جذرها وهو خمسة ونصف فانقص منها نصف الاجذار وهو اثنا عشر ونصف بقى ثلاثة وهو جذر المال . والمال تسعة . . . »

اما الحل بالرموز فهو :- $٢ س^2 = ٢ س + ١٠ س = ٤٨$

اي ان $س^2 = ٥ س = ٢٤$

∴ $س = \sqrt{\left(\frac{٢}{٢}\right) + ٢٤} = \frac{١١}{٢} - \frac{١}{٢} = ٣$ وهذا هو جذر انال

والمال الذي هو $س^2 = ٩$

وفي حلّ المثال الآتي : « مال وعشرون من العدد يعدل عشرة اجذاره ^(١) » استخراج الخوارزمي الجذرين وهي ٧ ، ٣ ^(٢) . وتنبّه العرب أيضاً الى الحالة التي يكون فيها الجذر كمية تخيلية Imaginary Quantity فقد جاء في كتاب الخوارزمي « وأعلم أنك اذا نقصت الأجزاء وضربتها في مثلها فكان يبلغ ذلك أقل من الدراهم التي مع انال فالمسألة مستحيلة ^(٣) » ثم يتابع كلامه فيقول : « وإن كان مثل الدراهم بعينها جذر المال مثل نصف الاجزاء ، سواء لا زيادة ولا نقصان . وفي هذه الحالة يتساوى الجذران ويساوي كل منهما نصف معامل (س) . وانتكر العرب طرفاً هندسية لحلّ بعض معادلات الدرجة الثانية يدلنا على ذلك كتاب الخوارزمي ^(٤) وغيره من كتب علماء العرب في الجبر ، وقد وضعوا حلولاً جبرية وهندسية لمعادلات ابتدعها مختلفه التركيب واستعملوا منحني فيكوميدس Conchoid ^(٥) في تقسيم الزاوية الى ثلاثة اقسام متساوية ، وكذلك استعملوا نفس الطريقة المعروفة الآن في إنشاء الشكل الاهليلجي ^(٦) وأبانوا كيف يكون ضرب الكليات الصماء بعضها ببعض وكيف تجري عليها العمليات الاخرى من جمع وطرح وقسمة واستعمل بعض علماء العرب (بعد الخوارزمي) الرموز في الاعمال الرياضية وسبقوا الغربيين في هذا ، انصار ومن يتصفح مؤلفات أبي الحسن الفيلسوفي ^(٧) يتبين منها صحة ما ذهبنا اليه فلقد استعمل لعلامة الجذر الحرف الاول من كلمة جذر (ج) أي ما يقابل $\sqrt{\quad}$

(١) أي أن $س^2 + ٢١ = ١٠س$

(٢) وأدت طريقة الخوارزمي : ... فبانه إن نصف الاجزاء تكون حسة فاضربها في مثلها تكون حسة وعشرون فاضرب مثلها بتوالمع والعميرين التي ذكرتها مع انال فيبق اربعة عقد جذرها وهو الشان فقصه من نصف الاجزاء وهو حسة فيبق ثلاثة وهو جذر المال والمال الذي تريد هو ستة . وإن شئت فزد النظر على نصف الاجزاء فتكون سبعة وهو جذر المال الذي تريد ، والمال تسعة واربعون ...
فما جاء بحسب الرموز فهو :-

$$س = \frac{١٠}{٢} \pm \sqrt{\left(\frac{١٠}{٢}\right)^2 - ٢١} = ٥ \pm \sqrt{٤}$$

$$= ٥ + ٢ = ٧ \text{ أو } ٣$$

(٣) أي حيا تكون الكمية التي تحت علامة الجذر سالبة ، وفي هذه الحالة يقال لها كمية تخيلية حسب تعبير ترميز حديث.

(٤) راجع في فصل التراجيح محمد بن موسى الخوارزمي « وص ٢٣ من كتاب الخوارزمي في الجبر »

(٥) سميت — رويح الرياضيات — ج ١ ص ١٧١

(٦) سميت — رويح الزونديت — ج ١ ص ١٧١

(٧) راجع الفيلسوفي في فصل التراجيح

والمجهول الحرف الاول من كلمة شيء : (ش) يعني $س^٢$ وليرجع المجهول الحرف الاول من كلمة مان : (م) يعني $س^٢$ والملكبة المجهول الحرف الاول من كلمة كعب (ك) يعني $س^٣$ وعلامة المساواة حرف (ل) أي ما يقابل (=) والنسبة ثلاث نقط (:) أي ما يقابل (:) أما علامة الجمع فكانت عطفاً بلا (واو) فتلاً المعادلة $س^٥ = ١٢س + ٥٤$ كانت تكتب على الصورة الآتية :-

$$\begin{array}{r} \text{—} \\ \text{—} \\ ٥٤ \quad ١٢ \quad ٥ \end{array}$$

و ج تدل على $\sqrt{\quad}$ ٤٩ وفي كتاب الفيلسوفي وردت المعادلة الآتية :-

$$\begin{array}{r} \text{—} \\ \text{—} \\ ١ \quad ١٩ \quad ٣٨ \end{array} \text{ يعني } ٣٨ = ١٩س + ٣٨س^٢$$

ولا ينبغي ما لاستعمال الرموز من أثر بليغ في تقدم الرياضيات العالية على اختلاف فروعها وحلّ علماء العرب بعض معادلات الدرجة الاولى بطريقة حساب الخطأين ^(١)

(١) ويمكن ايضاح الطريقة التي اتبعها العرب كما يلي (بحسب التعبير الرياضي الحديث)

اذا كانت $س + م = ن$. وفرضنا للمجهول ما شئنا من القيم مثل (م ، ن)

ولا ينبغي انه حين التعمير في المعادلة قد لا ينتج معنا ما يساوي صفراً ، بل قد تنتج كليات اخرى نقرضها (ه ، ع) أي ان طرف المعادلة الايمن بعد تعويض (م) يساوي ه ، وبعد تعويض ن

ينتج ما يساوي ع

والآن نتصرف بالقيم التي فرضناها للمجهول في المعادلة ونستعمل الخطأين (ه ، ع) اللذين نتجنا من

فرض القيم ، فتصبح المعادلة

$$١) \quad م + س = ه \dots (١)$$

$$٢) \quad ن + س = ع \dots (٢)$$

$$\frac{ع - ه}{ن - م} = ١ \text{ وبالطرح ينتج أن } ١$$

$$\text{وتعويض قيمة } ١ \text{ في المعادلة (٢) ينتج أن } ع = ن + \frac{ع - ه}{ن - م} ن$$

ولظن بعض الباحثين أن العرب أخذوا هذه الطريقة أو (الفكرة) عن الهند، ولم نستطع الجزم بهذه المسألة إذ لم نستدل من المصادر التي بين أيدينا على أن علماء الهند كانوا يعرفون هذه الطريقة. إلا أننا وجدنا أن سمث المؤرخ الرياضي قد استدلل على أن الهنود عرفوا

$$\text{أي أن : } \frac{ع - م}{ا - م} = \frac{ع}{ا} \text{ ، ولكن في المعادلة (ا) م = ٠ ، ينتج أن}$$

$$\frac{ع}{ا} = \frac{ع - م}{ا - م} \text{ ، بالتعويض تصبح م = } \frac{ع(ا - م)}{ا - ع}$$

فلو أخذنا المعادلة ٧ م - ١٤ = ٠ وفرضنا م = ١٠ ، العددان ١٠ ، ١٤ على الترتيب

$$\text{يكون } ٧ \times ١٠ - ١٤ = ٦١ = ع$$

$$٧ \times ١٠ - ١٤ = ٦٠ = ع$$

$$\text{أي : } م = \frac{٥٦}{٢٨} = \frac{١ \times ٢١ + ٥ \times ٧}{٧ + ٢١}$$

وقد أدخل ابن البناء بعض التعديل على الطريقة المعروفة بطريقة الخطأ الواحد ووضع ذلك بشكل قانون يمكن أن يوضح كما يلي :

$$\text{إذا كان } م + ح = ٠ \text{ (١)}$$

وفرضنا أن م = ح

وعنده التعويض قد لا ينتج أن الطرفين يساوي صفرًا ولنفرض أنه يساوي هـ

$$\text{أي أن } م + ح = هـ$$

$$\text{ولكن } م + ح = ٠$$

$$\text{بالعوض ينتج أن } م(ح - م) = هـ \text{ . . . } م = \frac{هـ}{ح - م}$$

وبالتعويض في المعادلة (١) ينتج أن

$$\frac{هـ}{ح - م} + م = ٠$$

$$\text{أي : } م = \frac{ح(ح - م)}{ح - م} = \frac{ح(ح - م)}{ح - م}$$

الطريقة المذكورة من مصدر واحد هو ابن ارزا اليهودي . وفي رأينا أن هذا لا يمكن الحكم على ما جاء به . وعلى كل حال فالتدريج نجح أن الطريقة لم تكن معروفة بالشكل الذي عرفها به العرب وأنهم أي العرب توسعوا فيها وعرّفوها إلى أوروبا . وقد اتبها كثيرون منهم الخوارزمي وأبو كامل وقسطا بن لوقا وسنان بن أبي الفتح وابن البتاء والقلصادي وهما الدين الأملئي . . . الخ

وحلّ العرب معادلات من الدرجة الثالثة ^(١) وقد أجادوا في ذلك وابتكروا ابتكارات قيّمة هي محل إعجاب علماء أوروبا . قال كاجوري : « إن حلّ المعادلات التكعيبية بواسطة قطوع الخروط من أعظم الأعمال التي قام بها العرب » ^(٢) فيكون قد سبقوا (ديكارت) و(بيكر) في هذه البحوث . وحلّوا أيضاً بعض المسائل التي يؤدي حلها إلى معادلات تكعيبية فلقد حاولوا أن يحلوا المسألة الآتية : « كيف تجد ضلع مسيع منتظم على أن يكون إنشاء الضلع من المعادلة الآتية : م^٣ - ٣ م^٢ - ٢ م + ١ = ٠ ^(٣) ، وقد جرب أن يحلّها كثيرين وأخيراً توصل أبو الجود (وهو من علماء القرن العاشر للميلاد) إلى حلها على الرغم من صعوبتها . وقد عالج البهائي المعادلة م^٣ + ٢ م^٢ - ح م = ح^٣ وعرفت باسمه . ويقول سمث « أنه لم يتحقق لدى العلماء أن البهائي استطاع أن يتوصل في حلّها إلى نتيجة جذرية بالاعتبار » ^(٤) وثبت ابن ثابت بن قرّة أعطى حلولاً هندسية لبعض المعادلات التكعيبية ^(٥) وكذلك نجد أن أبا جعفر الخازن والحطّاب قد حلّا بعض المعادلات بواسطة قطوع

فلو أخذنا المعادلة

$$\frac{١}{٣} م + \frac{١}{٤} م = ٢٠ \text{ وفرضنا أن } م = ح = ٣٠$$

ينتج أن $٣٠ \times \frac{١}{٣} + ٣٠ \times \frac{١}{٤} = ٣٠$ وعلى هذا فخطأ الأول هو

$$١١ - ٢٠ = -٩ = هـ$$

$$\text{أي : } م = \frac{٣٠ - [٩ - (٢٠ - ٩)] \times ٣٠}{٢٠ + ٩} = \frac{٥٤}{٢٩}$$

ومن أراد التفصيل وكيفية حل المسائل المتنوعة على طريقة حساب الخطأين فليرجع إلى فصل الحساب وإلى الجزء الأول من كتابي في قسم التراجم .

(١) لم تر ضرورة للتفصيل هنا في المعادلات التكعيبية التي حلها أو حاول العرب حلها فقد أثبتنا عليها في قسم التراجم في سيرة الخيام وابن الهيثم وثابت بن قرّة وغيرهم

(٢) كاجوري - تاريخ الرياضيات - ص ١٠٧ . وبول - تاريخ الرياضيات ص ١٥٨ و ١٥٩

(٣) كاجوري - تاريخ الرياضيات - ص ١٠٧

(٤) سمث - تاريخ الرياضيات - ج ٢ ص ٤٥٥

(٥) سمث - تاريخ الرياضيات - ج ٢ ص ٤٥٥ وراجع ثابت بن قرّة في قسم التراجم