عنوان الكتاب	: كتاب الجبر والمقابلة
المؤلـــــــف	: محمد بن موسى الخوارزمى
سنة النشـــر	: ١٩٣٧
رقم العهـــدة	: د ٨٣٨٦
الـــ ACC	: ٢٣٤٧٧
عدد الصفحات	: ١١٠
رقم الفيلـــــم	: ١٧

الجامعة المصرية

كلية العلوم

كتاب الجبر والمقابلة

لمحمد بن موسى الخوارزمي

قام بتقديمه والتعليق عليه

على مصطفى مشرفة
دكتور فى الفلسفة — دكتور فى العلوم
من جامعة لندن
أستاذ الرياضة التطبيقية بالجامعة المصرية

و

محمد مرسى احمد
دكتور فى الفلسفة
من جامعة إدنبرة
مدرس الرياضة البحتة بالجامعة المصرية

مطبعة بول باربيه
١٩٣٧

وفيه مليه مقدمه في الحساب ثم تتم المقدمة الكافيه من اخر الجبر والمقابلة
ثم كتاب الجبر والمقابله في الجبر والمقابله

كتاب الخوارزمي

ما شاكله مصنف الشيخ الاجل ابي عبد الله
محمد بن موسى الخوارزمي رضي الله عنه واثابه ورحمه

⁘ مِلكه لاستر ذنوبه وخطاياه العبد الفقير ⁘
⁘ الى الله الغني به خطاب بن محمد بن علي ⁘
⁘ ابن حسين بن علي بن محمد بن علي بن احمد بن ⁘
⁘ جعفر بن الحسن بن يحيى بن ابرهيم بن محمد بن ⁘
⁘ ابرهيم بن احمد بن المغيرة بن عمران بن عاصم بن ⁘
⁘ الوليد بن عتبة بن ربيعة بن عبد شمس بن ⁘
• عبد مناف •

⁘ نفعه الله بالعلم والعمل
• الصالحين •

• وحسبنا الله ونعم الوكيل •
صار لملك محمد صلوات الله عليهم
على يد ... الراوي ... ما ...
نفعه الله ... ومعاشه ...

مقدمة

تعنى الأمم بتراثها العلمى لأنه نوع من الغذاء الروحى لعلمائها ومفكريها وسائر المتعلمين فيها . ولعلنا نحن المصريين أغنى الأمم تراثاً فقد تعاقبت علينا حضارات مختلفة منذ فجر التاريخ إلى اليوم ،وفى كل حضارة منها قمنا بقسط وافر من واجبنا العلمى نحو الأسرة البشرية

وليس يكفى أن نتحدث عن مجدنا العلمى كما لو كان أسطورة أو حديث خرافة يتغنى به الشعراء ويتغالى فى وصفه الخيال ، بل يجب أن يظهر هذا المجد فى صورة ملموسة تراها الأعين وتنالها الأيدى . لذلك كان من المهم أن نعنى بنشر الكتب التى وضعها أباؤنا وأجدادنا خصوصاً إذا كانت هذه الكتب هامة الأثر فى تكييف التفكير البشرى . ولا شك أن فى مقدمة هذه الكتب كتاب الخوارزمى فى الجبر والمقابلة

وقد راعينا فى نشر هذا المخطوط العناية على وجه الخصوص بما كان منه أساسياً فى علم الجبر فشرحنا هذا الجزء وعلقنا عليه وحللنا مسائله معبرين فى ذلك بعبارات الأصطلاح الحديث . أما بعض المسائل التى لا ترتبط بصلب العلم (كمسائل العتق مثلا فى آخر الكتاب) فقد اكتفينا فيها بالنقل دون التعليق

والمخطوط الأصلى توجد على هوامشه بعض الحواشى والملاحظات التى نتخيل أنها أضيفت بين آن وآخر كلما درس الكتاب قارىء على النحو المعروف فى الأزهر الشريف وسائر معاهد العلم فى ذلك الوقت . هذه الحواشى لم نعتبرها جزءاً من صلب الكتاب خاصة لأن معظمها من النوع البديهى أو التافه .

ولما كان المخطوط الأصلى الذى هو مرجعنا هو فى الواقع نسخة كتبت بعد موت المؤلف بنحو خمسمائة سنة فقد كان من الطبيعى أن يحتوى بعض أخطاء النقل . وفى الأحوال التى رأينا فيها خطأ هو بالبداهة وبلا شك من هذا النوع اكتفينا بتصحيحه دون الأشارة إلى ذلك .

والذى نرجوه أن نوفق ن وغيرنا إلى الأستزادة من نشر كتبنا العلمية الأخرى المبعثرة فى متاحف العالم ومكتباته كى تصل إلى أيدى الجمهور العربى المثقف .

١٩٣٧/٩/٢٦

على مصطفى مشرفة ، محمد مرسى احمد

الجبر قبل الخوارزمى

لعل من أهم نتائج الابحاث الحديثة فى تاريخ العلوم أن هذه الابحاث قد كشفت عن أهمية العصرين المصرى والاسلامى فى تطور العلوم وتقدمها [١] . فالعصر المصرى ، ونقصد به العصر السابق للمدنية الاغريقية ، كان الى أمد قريب يعتبر عصراً مبدئياً فى تطور العلم ، أشبه شيء بدور تكون الجنين قبل أن يولد . وكان العلم بمعناه الصحيح — العلم المبنى على المشاهدة والتفكير والذى يرمى الى المعرفةمن حيث هى بصرف النظر عن أى اعتبار « مادى » أو تطبيقى — كان هذا العلم تنسب نشأته على أبعد تقدير الى عصر الاغريق الذهبى . وقد يتغالى البعض فيرجع العلم بمعناه الصحيح الى عصر النهضة الحديثة فى البلاد الغربية

نقول لعل أهم نتائج الابحاث الحديثة فى تاريخ العلوم ان كشفت عن أهمية العصرين المصرى والاسلامى فى تاريخ العلم بمعناه المجرد .

ومن الخرافات التى تنسب الى هيرودوتس أن علم المصريين القدماء بالهندسة انما نشأ عن حاجتهم الى توزيع الاراضى على اصحابها بعد أن طغى عليها النيل فى سنة من السنين فاخفى معالم حدودها . هذه الخرافة تجعل علم المصريين القدماء بالهندسة مرتبطاً بغرض عملى بحت هو توزيع الاراضى على أصحابها وتنفى عن العقل المصرى الرغبة فى المعرفة وطلب الحقيقة الهندسية لذاتها . واليوم وقد كشف عن قليل من كثير مما عرفه المصريون فى العلوم الرياضية قلما يوجد بين

(١) انظر L.C. Karpinski, Latin Translation of the Algebra of Al-Khowarismi, (نيويورك ١٩١٥)

الملمين بتاريخ العلوم من لا يعترف اعترافاً صريحاً بان العلوم الرياضية بمعناها البحت كانت تدرس وتبحث وتتقدم فى العصر المصرى .

وأقدم كتاب مدرسى موجود اليوم هو بردى أحميس الذى يرجع الى سنة ١٧٠٠ قبل الميلاد . وقدقام بنشر هذا البردى وترجمته الى اللغة الألمانية ايزنلور [١] وطبع بليبتزج عام ١٨٧٧ . كما قام بنشر صور لهذا البردى ومقدمة له ولس بدج [٢] وطبع ذلك بلندن عام ١٨٩٨ .

وفى بردى أحميس نجد معادلة الدرجة الاولى ذات المجهول الواحد على الصورة $\text{ا س} = \text{ب}$ كما نجد للكمية المجهولة رمزاً خاصاً كالحال اليوم فى علم الجبر وكما نجد أيضاً ما يدل على استخدام المعادلات الآنية الخطية . كل ذلك قبل الميلاد بنحو الفى سنة

وبعد هذا التاريخ . ولكن قبل العصر الذهبى الاغريقى ، نجد معادلات الدرجة الثانية فى الآثار المصرية كما نجد مسائل تحتاج فى حلها الى معادلتين آنيتين احداهما أو كلاهما من الدرجة الثانية . وفى المثال الآتى المأخوذ من مؤلف لكانتور [٣] طبع بليبتزج سنة ١٩٠٧ نجد مسألة تحتاج فى حلها الى معادلات الدرجة الثانية

« مثال آخر لتقسيم مساحة معلومة الى مربعات . اذا طلب منك أن تقسم ١٠٠ ذراع مربع بين مربعين بحيث يكون ضلع أحد المربعين ثلاثة ارباع ضلع المربع الآخر فأوجد كلا من المجهولين » ويلى ذلك حل للمسألة بافتراض أن ضلع

(١) انظر A. Eisenlohr, Ein Mathematisches Handbuch der Alten Aegypter, (ليبتزج ١٨٧٧)

(٢) انظر E.A. Wallis Budge, Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus in the British Museum, مع مقدمة (لندن ١٨٩٨)

(٣) انظر M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, المجلد الاول — الطبعة الثالثة : (ليبتزج ١٩٠٧) ص ٩٢ — ٩٦

أحد المربعين هو الوحدة وأن ضلع الآخر هو $\frac{\text{٣}}{\text{٤}}$ وبذلك يكون مجموع المساحتين $\frac{\text{٢٥}}{\text{١٦}}$ الذى جذره $\frac{\text{٥}}{\text{٤}}$ وجذر المائة ١٠ فتكون نسبة ١٠ الى طول الضلع المطلوب كنسبة $\frac{\text{٥}}{\text{٤}}$ الى ١ ومنه يكون طول ضلع أحد المربعين ٨ والآخر ٦ والمقابل الجبرى لهذا الحل الهندسى هو بداهة

$$\text{س}^{\text{٢}} + \text{ص}^{\text{٢}} = \text{١٠٠}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{٣}}{\text{٤}}\,\text{س}$$

ومما يلاحظ أيضاً أن علامة للجذر التربيعى استخدمت فعلا فى حل هذه المسألة وأمثالها . وتؤدى المسألة السابقة الى العلاقة العددية $\text{٦}^{\text{٢}} + \text{٨}^{\text{٢}} = \text{١٠}^{\text{٢}}$ التى تتصل أتصالا مباشراً بالعلاقة البسيطة $\text{٣}^{\text{٢}} + \text{٤}^{\text{٢}} = \text{٥}^{\text{٢}}$ وتظهر هذه العلاقة فى حل مسائل أخرى من هذا النوع . ولاشك فى أن المصريين كانوا يعلمون صحة النظرية المنسوبة الى فيثاغورس وهى أن المربع المنشأ على الوتر فى المثلث القائم الزاوية يساوى مجموع المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين . وأغلب الظن أن اثباتاً منطقياً لهذه النظرية كان معلوماً فى العصر المصرى وان كنا لم نعثر عليه للآن . وقد طبقت نظرية فيثاغورس فى الهند قبل عصر فيثاغورس وذلك فى بناء المعابد وفى الابستمبا سلبا سوتراس [١] نجد قواعد لتطبيق هذه النظرية ومعها قوائم دقيقة التقريب للجذور التربيعية ، بل ولعل فيها أيضا كما بين ملهود [٢] حلا تاما لمعادلة الدرجة الثانية $\text{ا س}^{\text{٢}} + \text{ب س} = \text{حـ}$

(١) انظر Bürk, Das Āpastamba-Sulba-Sutra, Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellschaft, مجلد ٥٥ (١٩٠١) ص ٥٤٣ — ٥٩١ ومجلد ٥٦ (١٩٠٢) ص ٣٢٧ — ٣٩١

(٢) انظر G. Milhaud, la Géométrie d'Apastamba, Revue générale des Sciences, مجلد ٢١ (١٩١٠) ص ٥١٢ — ٥٢٠ T. L. Heath "The Thirteen Books of Euclid's Elements (٣ مجلدات طبعة كمبردج ١٩٠٨) المجلد الاول ص ٣٥٢ — ٣٦٤

وقد وضع البابليون القدماء جداول للمربعات والمكعبات . ولا تزال بعض هذه الجداول محفوظة فى صحف سنكرة المشهورة وهى صحف معاصرة لبردى أحميس . ويقول كانتور [١] أن العبرانيين القدماء كانوا يعرفون العلاقة (٣ ، ٤ ، ٥) للمثلث القائم الزاوية كما أن رياضيي الصين كانت لهم دراية أيضا بهذه العلاقة وبحل مسائل المربعات [٢] . ويعتبر فى حكم المقرر الآن أن رياضيي الأغريق كانوا يعلمون الحل الهندسى لمعادلات الدرجة الثانية فى عصر فيثاغورس . ففى مؤلفات بخراطيس فى القرن الخامس قبل الميلاد نجد محاولات لتربيع الدائرة تؤول الى حل المعادلة

$$س^{٢} + \sqrt{\tfrac{٣}{٢}}\ ا\ س = ا^{٢}$$

وفى كتب اقليدس ذاته مسائل تؤول الى حـــلول هندسية لمعادلات الدرجة الثانية . فمن ذلك عملية قسمة مستقيم الى جزءين بحيث تكون مساحة المستطيل المكون من المستقيم وأحد الجزءين مساوية للمربع المنشأ على الجزء الآخر . ولعل أول حل تحليلى لمعادلة الدرجة الثانية نستطيع أن نجزم به يرجع الى هيرون الذى عاش فى الاسكندرية بعد مولد المسيح بقليل ، ففى أحد مؤلفات هيرون المسمى متريكا [٣] والمنشور فى ليبتزج عام ١٩٠٣ نجد نصا على أنه اذا علم مجموع جزءى مستقيم وحاصل ضربهما علم كل من الجزءين . الا أن هيرون لا يكتفى بالتدليل الهندسى فى حل هذه المسألة كما يفعل اقليدس بل يورد المثال العددى الآتى

$$١٤٤\ س\ (١٤ - س) = ٦٧٢٠$$

دون أن يضع ذلك على صورة معادلة ، ثم يعقب هيرون على ذلك بقوله إن

(١) انظر Cantor, ص ٤٩

(٢) انظر Cantor ص ١٨١ و ٦٧٩ — ٦٨٠

(٣) انظر Heron, Metrica ed. Schöne (ليبتزج ١٩٠٣) ص ١٤٨ — ١٥١

الحل التقريبى هو س = ٨ ½ مما يدل على استخدامه طريقة تحليلية لحل المسألة . وفى كتاب آخر فى الهندسة ، ينسب فى شيء من الشك الى هيرون هذا [١] ، نجد المسألة التحليلية منفصلة عن الفكرة الهندسية . والمسألة هى إيجاد قطر دائرة اذا علم مجموع مساحتها ومحيطها وقطرها . ونجد الحل على الصورة

$$س = \frac{\sqrt{١٥٤ \times ٢١٢ + ٨٤١} - ٢٩}{١١}$$

مما يدل على أن المعادلة $\frac{١١}{١٤} س^{٢} + (٢٩ \div ٧)\ س = ٢١٢$

وضعت على الصورة $١٢١\ س^{٢} + ٦٣٨\ س = ٢١٢ \times ١٥٤$

وفى هذه المسألة س رمز على القطر ، والمجموع المعلوم للمساحة والمحيط والقطر هو ٢١٢ والنسبة التقريبية بين المحيط والقطر معتبرة مساوية ٢٢÷٧ . ومما يستلفت النظر فى هذه المسألة جمع المساحات والأطوال معاً ، وهو اجراء نجده فى المؤلفات الاغريقية بين عصر هيرون وعصر ديوفانتوس (حوالى ٢٥٠ ميلادية)

ولقد بحث ديوفانتوس — الذى عاش فى الاسكندرية فى القرن الثالث الميلادى — فى كتابه السادس من الارثمتكا فى مسائل المثلثات القائمة القياسية (أى التى اطوال اضلاعها أعداد قياسية) المعلوم فيها مجموع المساحة وأحد ضلعى القائمة أو باقى طرحهما أو المعلوم فيها مجموع المساحة وضلعين (أو ضلع ووتر) . كما ظهرت أمثال هذه المسائل فى مؤلف جبرى لأبى كامل شجاع بن اسلم [٢] أحد مؤلفى العرب فى القرن العاشر الميلادى

(١) انظر Cantor; Heron, Geometria ed. Hultsch (برلين عام ١٨٦٤) ص ١٣٣ Heronis Opera, ed. Heiberg, مجلد ٤ Geometria ص ٣٨١ Heath, Diophantus, ص ٦٣ — ٦٤

(٢) انظر Suter, Die Abhandlung des Abū Kamil Shoǵā b. Islam "uber das Fünfeck und Zehneck", Bibliotheca Mathematica, مجلد ١٠ المجموعة الثالثة (١٩١٠ — ١٩١١) ص ١٥ — ٤٢

ولا يوجد أدنى شك فى أن ديوفانتوس عرف الحل التحليلى لمعادلات الدرجة الثانية ذات المعاملات الموجبة ولو أنه لم يدرس أنواع تلك المعادلات بطريقة منظمة كما يفعل الخوارزمى فى هذا الكتاب ، اذ جاءت كلها كنتائج لمسائل من نوع آخر . وذكر ديوفانتوس صراحة بصدد حل المعادلات التى من النوع

$$ا\,س^{م} = ب\,س^{ن}$$

أنه ينوى تخصيص مؤلف مستقل لبحث معادلات الدرجة الثانية ولو أنه الى حد علمنا لم يف بهذا الوعد . ولأهمية عصر ديوفانتوس فى تطور الحل التحليلى لمعادلات الدرجة الثانية نذكر مسألتين من المسائل التى عالجها هذا المؤلف الاغريقى

المسألة الأولى (١) «المطلوب ايجاد المثلث القائم الذى مجموع مساحته وطول أحد ضلعى القائمة فيه معلوم . اذا فرضنا أن العدد المعلوم هو ٧ والمثلث (٣ س ، ٤ س ، ٥ س) فان $٦\,س^{٢} + ٣\,س = ٧$

ولكى يمكن حل هذه المسألة يجب أن يكون

$(\frac{١}{٢}$ معامل س $)^{٢}$ + حاصل ضرب معامل $س^{٢}$ فى الحد المطلق = مربعاً كاملا

ولكن $(١\frac{١}{٢})^{٢} + ٦ \times ٧$ ليست مربعاً كاملا وعليه يجب أن نستبدل المثلث (٣، ٤، ٥) بمثلث قائم بحيث يكون $(\frac{١}{٢}$ أحد الأعمدة $)^{٢} + ٧ \times$ المساحة = مربعاً كاملا ثم يصل الى المعادلة $٨٤\,س^{٢} + ٧\,س = ٧$ وحلها $س = \frac{١}{٤}$ والمثلث هو (٦ ، $\frac{٧}{٤}$ ، ٢٥ ÷ ٤)

المسألة الثانية (٢) . «المطلوب ايجاد ثلاثة أعداد اذا علمت نسبة الفرق بين

---

(١) انظر Heath, Diophantus ص ٢٢٨ — ٢٢٩

(٢) نفس المرجع ص١٩٧ — ١٩٨

الأكبر منها والمتوسط الى الفرق بين المتوسط والأصغر ، وعلم أيضا أن مجموع أى عددين مربع كامل » . ويؤدى به البحث فى حل هذه المسألة الى المتباينة

$$٢\,م^{٢} < ٦\,م + ١٨$$

حيث م عدد صحيح . ومنها يصل الى أن م ليست أقل من ٥ . وتدل طريقة حل ديوفانتوس لهذه المتباينة على معرفته للطريقة التحليلية لحل المعادلة المناظرة

$$٢\,س^{٢} = ٦\,س + ١٨$$

ولقد ظهرت كتابات كثيرة على كتب ديوفانتوس ، ولعل أهمها من وجهة النظر الحديثة ما كتبته هباشيا ابنة ذيون الاسكندرى فى أواخر القرن الرابع أو أوائل القرن الخامس الميلادى . ومع أن كتاباتها كلها فقدت من سوء الحظ ، الا أنه يوجد ما يدعو الى الاعتقاد بان بعض ملاحظات ميشيل بسليوس (١) فى القرن الحادى عشر على علمى الحساب والجبر عند المصريين كانت مستمدة من كتابات هباشيا هذه .

ويعتقد البعض أن الانتقال من الوضع الهندسى الى الوضع التحليلى لحل معادلات الدرجة الثانية حدث فى الفترة بين عصر اقليدس وعصر ديوفانتوس

أما فى الهند ، فقد ظهر بعد زمن ديوفانتوس بحوالى قرنين أرياباتا (٢) الرياضى الهندى الذى لا بد قد عرف حل معادلات الدرجة الثانية عند ما أوجد عدد حدود المتوالية الحسابية التى عرف منها الحد الأول والاساس ومجموع

---

(١) انظر Origine, Transporto in Italia, primi progressi in essa dell'Algebra طبعة بارما (١٧٩٧) المجلد الاول ص ٨٧ — ٩١

(٢) انظر Rodet, Leçon de Calcul d'Aryabhata, Journal Asiatique المجموعة السابعة مجلد ١٣ (١٨٧٩) ص٣٩٣ — ٤٣٤

الحدود . ثم ظهر بعده برهماجوبتا (١) فى القرن السابع الميلادى ووضع القاعدة التالية لحل معادلة الدرجة الثانية :

« اجمع الى الحد المطلق مضروبا فى معامل المربع مربع نصف معامل المجهول ، ثم اطرح من الجذر التربيعى لهذا المجموع نصف معامل المجهول واقسم النتيجة على معامل المربع فتحصل على قيمة المجهول » والمقابل التحليلى لذلك هو أن حل المعادلة

$$\text{ا س}^{2} + \text{ب س} = \text{حـ}$$

هو $$\text{س} = \left[\sqrt{\left(\frac{\text{ب}}{2}\right)^{2} + \text{ا حـ}} - \frac{\text{ب}}{2} \right] \div \text{ا}$$

وفى عصر الخوارزمى ذاته ظهر الرياضى الهندى ما هافيرا كاريا (٢) الذى وضع قواعد لحل معادلات الدرجة الثانية . ومما يلفت النظر فى عمله أنه استعمل المجهول وجذره فى المعادلات بدلا من المجهول ومربعه كما هى الحال الآن . وخلاصة القول هى أن اهتمام رياضيي الهند بالجبر استمر من زمن ارياباتا الى ما بعد زمن الخوارزمى

ومع اننا أردنا أن نورد هنا كيف نشأ علم الجبر ونما داخل البلاد المختلفة الا أن كلا من هذه البلاد قد تأثر دون شك بما كان يجرى فى البلاد المجاورة ؛ ومن الثابت أن الأغريق أخذوا علم الرياضة عن المصريين وأن البابليين والأغريق كانوا على اتصال دائم . وحتى الهند والصين لم تكونا بمعزل عن تلك البلاد . فظهور

(١) انظر Colebrooke, Algebra with Arithmatic and Mensuration, from Sanskrit of Brahmegupta and Bhascara
(لندن ١٨١٧) ص ٣٤٧ و Cantor ص ٦٢٥

(٢) انظر M. Rangàcàrya, The Ganita-Sara-Sangraha of Mahaviracarya
(مطبعة مدراس الحكومية عام ١٩١٢) وانظر أيضا
D.E. Smith, Bibliotheca Mathematica, مجلد ٩ المجموعة الثالثة ص ١٠٦ — ١١٠

جداول المربعات والمكعبات فى بابل ، والمتواليات الهندسية وقوى الأعداد فى مصر ، ونظرية فيثاغورس فى الهند والصين ، والحل الهندسى لمعادلات الدرجة الثانية قبل زمن اقليدس فى اليونان ، كل اولئك تعتبر تطورات مؤدية الى نشوء علم الجبر بمعناه الصحيح ، كما انها تدل على أن نشوء هذا العلم لم يكن مجهوداً صناعيا وتمرينا عقليا بل كان نتيجة طبيعية لاهتمام القوم بمسائل الهندسة وخواص الاعداد .

الخوارزمى

وكتابه فى الجبر والمقابلة

يرجع علمنا عن الخوارزمى نفسه الى ماورد فى كتاب الفهرست لابن النديم (الذى تم تأليفه سنة ٩٨٧ ميلادية) طبعة القاهرة ص ٣٨٤ ونصه :

[الخوارزمى واسمه محمد بن موسى، وأصله من خوارزم ،وكان منقطعاً الى خزانة الحكمة للمأمون ، وهو من اصحاب علوم الهيئة ، وكان الناس قبل الرصد وبعده يعولون على زيجيه الأول والثانى ويعرفان بالسند هند ،وله من الكتب كتاب الزيج نسختين أولى وثانية وكتاب الرخامة وكتاب العمل بالاسطرلابات وكتاب عمل الاسطرلاب وكتاب التاريخ]

ولا يعلم على وجه التحقيق تاريخ ولادة الخوارزمى و لاتاريخ وفاته ، الا أن ماورد فى فهرست ابن النديم عن انقطاع الخوارزمى الى مكتبة المأمون، الذى حكم من سنة ٨١٣ الى سنة ٨٣٣ بعد الميلاد ، يدلنا على عصر اشتغال الخوارزمى بالعلم والأدب . ويعزز كلام ابن النديم ماهو وارد فى كتاب الجبر والمقابلة الذى نحن بصدده من اشارة الى المأمون، حيث قال (راجع ص ١٥) :

[وقد شجعنى ما فضل الله به الأمام المأمون أمير المؤمنين مع الخلافة التى حازله أرثها وأكرمه بلباسها وحلاه بزينتها من الرغبة فى الادب وتقريب أهله وادنائهم وبسط كنفه لهم ومعونته اياهم على ايضاح ما كان مستبهماً وتسهيل ما كان مستوعراً على أن ألفت من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً حاصراً للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة اليه .....]

فهذه العبارة وما ورد فى كتاب ابن النديم تدل دلالة واضحة على معاصرة الخوارزمى للمأمون ، وتمكننا من تحديد زمن حياة الخوارزمى تحديداً إجمالياً ، وإن لم تمكننا من تعيين تاريخ ولادته وتاريخ وفاته على وجه التحقيق . ولم يرد فى كتاب ابن النديم ذكر لأربعة كتب الفها الخوارزمى ، وصلت الى ايدينا وهى كتاب الحساب وكتاب الجبر الذى نحن بصدده ، وكتاب فى تقويم البلدان شرح فيه آراء بطليموس، وكتاب رابع جمع بين الحساب والهندسة والموسيقى والفلك . ومما يستلفت النظر ان الاسم الذى يلى اسم محمد بن موسى فى كتاب الفهرست هو اسم سند بن على اليهودى وأن كتاب الفهرست ينسب الى هذا الاخير كتابا فى الزيادة والنقصان وكتابا فى الجبر وكتابا فى الحساب عند اليهود . ويغلب سوتر [١] أن نسبة هذه الكتب الأخيرة الى سند بن على حدثت عن سبيل الخطأ ، وأن الصحيح نسبتها الى الخوارزمى . إلا ان هذا الخطأ أن كان قد حدث فعلا فلابد أن يكون قد حدث مبكراً . أى فى النسخ الاولى من كتاب الفهرست وذلك لأن ابن القفطى [٢] المتوفى عام ١٢٤٨ ميلادية ، يذكر فى كتابه المسمى (فهرست العلماء) عن الخوارزمى نفس ماذكره ابن النديم . كما أن مؤلف الفهرست كان ولا شك عالما بكتاب الجبر الذى نحن بصدده إذ انه ذكر ما لا يقل عن ثلاثة اسماء مختلفة وهم سنان بن الفتح وعبد الله بن الحسن السعدنى وابو الوفاء البزجانى على أنهم جميعا قد شرحوا كتاب محمد بن موسى فى الجبر . وقد ذكر المسعودى (٨٨٥ — ٩٥٦ ميلادية) فى مروج الذهب محمداً بن موسى بين المؤرخين ، كما أن البيرونى (٩٨٣ — ١٠٤٨ ميلادية) يشير الى أزياج الخوارزمى ومؤلفاته . الفلكية وللبيرونى مالا يقل عن

---

(١) انظر Suster, H., Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist, Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, مجلد ٦ (ليبزج ١٨٩٢) ص ٦٢—٦٣

(٢) نفس المرجع ص ٦٢ — ٦٣

ثلاثة مؤلفات كلها شروح لكتب الخوارزمى . وفى رسالة ألفها الاستاذ نللينو [١] عن الخوارزمى وتجديده لجغرافية بطليموس أن هذا التجديد لا يعتبر مجرد تقليد للآراء الأغريقية بل هو بحث جديد مستقل فى علم الجغرافية لا يقل أهمية عن أى بحث كاتب أوروبى من مؤلفى ذلك العصر . ومما تقدم يتضح أن الخوارزمى كان متضلعا فى كل من الحساب والجغرافية والفلك كما أنه يعتبر بحق واضع علم الجبر . ويظن سوتر [٢] بناء على تحقيقات تاريخية أن محمدا بن موسى كان أحد الذين كلفهم المأمون بقياس درجة من درجات محيط الكرة الأرضية . وقد ذكر بعض المؤرخين من العرب أن بنى موسى قد اشتركوا فى هذه المهمة ، ولما كان اكبر بنى موسى هو محمد فأغلب الظن أنه محمد بن موسى الخوارزمى ، أما أبو جعفر فكنيته .

ولا شك فى أن محمداً بن موسى الخوارزمى كان مشهوراً عند العرب كعالم فى الجبر ، فالشروح التى اشرنا اليها آنفا كلها تدل على ذلك ، كما أن كثيراً من المؤلفين المتأخرين كأبى كامل بن أسلم (حوالى سنة ٩٢٥ ميلادية) يعترفون للخوارزمى صراحة كمرجع من مراجعهم كما أن عمر بن ابراهيم الخيام (١٠٤٥ — ١١٢٣ ميلادية) يقتبس من ابن موسى دون حاجة الى ذكر المرجع . ولعل أكبر شاهد على امامة الخوارزمى فى علم الجبر تكرار استخدام معادلاته

س^{2} + ١٠ س = ٣٩ ؛ س^{2} + ٢١ = ١٠ س ، ٣ س + ٤ = س^{2}

وغيرها فى جميع المؤلفات الجبرية منذ عصره الى أوائل العصر الحديث . بل إن بعض هذه المعادلات لا تزال ترد فى كتب الجبر الى يومنا هذا ناطقة بفضل

(١) انظر Al-Huwarizmi e il suo rifacimento della Geografia di Tolomeo, Atti della R. Accademia dei Lincei المجموعة الخامسة Classe di scienze morali, storiche e filologiche, مجلد ٢ (١٨٩٦) ص ١١ — ٥٣

(٢) انظر Suter, Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke, in Abhandl. z. Gesch. d. Math. Wissenschaften, مجلد ١٠ (ليبزج) ١٩١٠ ص ٢٠

الخوارزمى على علم الجبر . وفى مقدمة ابن خلدون اعتراف صريح بعلو كعب الخوارزمى فقد ذكر ابن خلدون أن أول من كتب فى علم الجبر كان عبد الله الخوارزمى ثم جاء بعده ابو كامل بن اسلم . كما ذكر زكريا بن محمد بن محمود القزوينى أن الخوارزمى كان أول من ترجم علم الجبر للمسلمين .

ولعل ما ذكرنا عن الخوارزمى (وهو قليل من كثير) كاف للتدليل على مقدرته العلمية وشهرته بين المسلمين فى عصره وفى العصور التالية

أما عن أثر الخوارزمى وشهرته عند الافرنج . فيكفى للتدليل عليهما أن اسمه قد صار كلمة دخلت معاجم أغلب لغات العالم . ففى اللغة الانجليزية مثلا تستخدم كلمة الجورذم (Algorithm) التى هى ولا شك تحريف لاسم الخوارزمى . للدلالة على الطريقة الوضعية فى حل المسائل كما ان الشاعر الانجليزى تشوسر يستخدم كلمة أوجرم (Augrim) للدلالة على الصفر وذلك لأن طريقة الحساب الهندية بما فى ذلك استخدام الصفر انما وصلت الى الغرب عن طريق كتاب الخوارزمى فى الحساب . كما أن اسم علم الجبر فى جميع لغات العالم مشتق من الكلمة العربية الجبر وهى التى استخدمها الخوارزمى اسما على كتابه . وكانت الاعداد ١ ، ٢ ،... ٨ ، ٩ . الى أوائل القرن الثامن عشر تسمى باللاتينيه الجورزمس (Algorismus) كما أن الكلمة الاسبانية التى معناها الاعداد أو الارقام هى جوارزمو (guarismo)

وقد تعلم الغربيون علم الحساب عن كتاب الخوارزمى فى الحساب مترجماً الى اللاتينيه وعن كتب أخرى بنيت على كتاب الخوارزمى هذا ، منها كتاب كارمن دى الجورزمو [١] (Carmen de Algorismo) الذى وضعه اسكندر دى فيلادى (Alexander de Villa Die) حوالى ١٢٢٠ ميلادية وكتاب الجورزمس

(١) نشره J. O. Halliwell, فى مجموعة Rara Mathematica (لندن ١٨٣٩)

فالجارس (Algorismus vulgaris) [١] لمؤلفـــه جون اوف هاليفاكس (John of Halifax) حوالى ١٢٥٠ ميلادية وكلا هذين الكتابين مبنى الى حد كبير على كتاب محمد بن موسى فى الحساب وكلاهما بقى مرجعاً فى تلقين هذا العلم مدة قرون .

ومما تقدم يتضح ما للخوارزمى من الأثر البالغ فى تقدم كل من علمى الحساب والجبر فى الشرق وفى الغرب ؛ بحيث يصح القول بأن الخوارزمى وضع علم الجبر وعلمه وعلم الحساب للناس أجمعين

هذا عن الخوارزمى نفسه . أما عن كتابه فى الجبر والمقابلة فالنسخة التى ننشرها اليوم عبارة عن مخطوط محفوظ باكسفورد بمكتبة بودلين . وهذا المخطوط كتب فى القاهرة (وفرغ من نساخته فى يوم الأحد التاسع عشر من المحرم أحد شهور سنة ٧٤٣ هجرية) . أى أن هذه النسخة كتبت بعد موت الخوارزمى بنحو خمسمائة سنة . وهذه النسخة هى الى حد علمنا الوحيدة المحفوظة من كتاب الخوارزمى .

ولم تنشر النسخة العربية الى حد علمنا الا مرة واحدة عام ١٨٣١ ؛ قام بنشرها فردريك روزن ؛ وطبعت بلندن ونشر معها ترجمة انجليزية وتعليق باللغة الانجليزية ونشر مار (Marre) [٢] ترجمة فرنسية للفصل من كتاب الخوارزمى الذى يبحث فى المساحات وبنيت هذه الترجمة على نسخة روزن العربية . وفى سنة ١٩١٥ نشر الاستاذ كاربنسكى ترجمة عن نسخة لاتينية ترجمها روبرت اوف تشستر عن الاصل العربى ، الا أن بين الترجمة اللاتينية والاصل العربى اختلافاً فى مواضع كثيرة . واليوم ننشر لاول مرة الاصل العربى مشروحاً ومعلقاً عليه ومقدماً له بلغتنا الحنيفة ونأمل أن يكون نشرنا لهذا الكتاب فاتحة لنشر غيره من الكتب العربية الأخرى فى نواحى العلوم المختلفة .

---

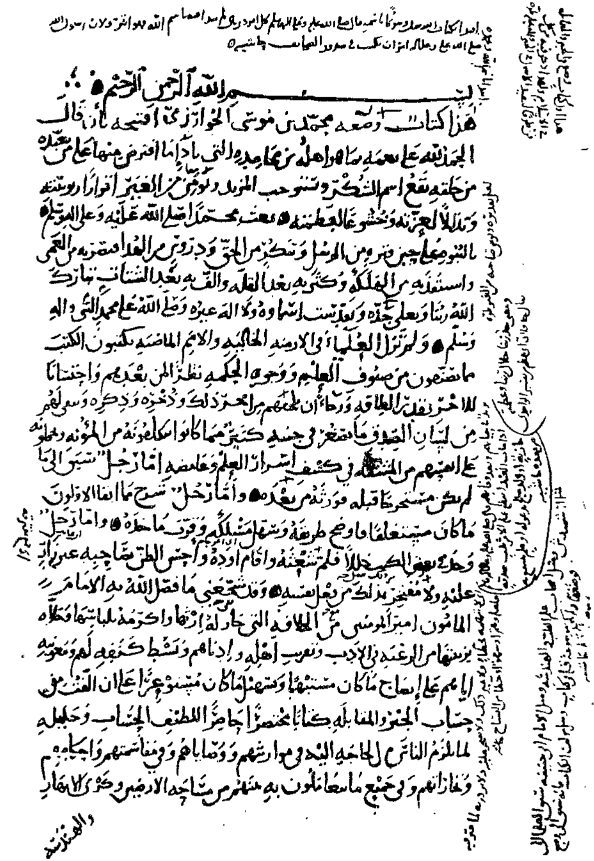
(١) انظر Curtze, Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco Commentarius, una cum Algorismo ipso (Ed. M. Curtze, Copenhagen 1897).

(٢) انظر Nouvelles Annales de Mathématiques, مجلد ٥ (١٨٤٦) ص ٥٥٧ — ٥٨١ وايضا Annali di matemat., مجلد ٧ (١٨٨٦) ص ٢٦٨ — ٢٨٠

بسم الله الرحمن الرحيم

هذا كتاب وضعه محمد بن موسى الخوارزمى افتتحه بأن قال

الحمد لله على نعمه بما هو أهله من محامده التى بأداء ما افترض منها على من يعبده من خلقه يقع اسم الشكر ويستوجب المزيد ويؤمن من الغير اقراراً بربوبيته وتذللا لعزته وخشوعاً لعظمته . بعث محمداً صلى الله عليه وعلى آله وسلم بالنبوة على حين فترة من الرسل وتنكر من الحق ودروس من الهدى فبصر به من العمى واستنقذ به من الهلكة وكثر به بعد القلة وألف به بعد الشتات . تبارك الله ربنا وتعالى جده وتقدست اسماؤه ولا إله غيره ، وصلى الله على محمد النبي وآله وسلم . ولم تزل العلماء فى الأزمنة الخالية والأمم الماضية يكتبون الكتب مما يصنفون من صنوف العلم ووجوه الحكمة نظراً لمن بعدهم واحتساباً للأجر بقدر الطاقة ورجاء أن يلحقهم من أجر ذلك وذخره وذكره ويبقى لهم من لسان الصدق ما يصغر فى جنبه كثير مما كانوا يتكلفونه من المؤونة ويحملونه على أنفسهم من المشقة فى كشف أسرار العلم وغامضه . إما رجل سبق إلى ما لم يكن مستخرجاً قبله فورثه من بعده . وإما رجل شرح مما أبقى الأولون ما كان مستغلقاً فأوضح طريقه وسهل مسلكه وقرب مأخذه . وإما رجل وجد فى بعض الكتب خللا فلم شعثه وأقام أوده وأحسن الظن بصاحبه غير راد عليه ولا مفتخر بذلك من فعل نفسه . وقد شجعنى مافضل الله به الامام المأمون أمير المؤمنين مع الخلافة التى حاز له إرثها وأكرمه بلباسها وحلاه بزينتها ، من الرغبة فى الأدب وتقريب أهله وادنائهم وبسط كنفه لهم ومعونته إياهم على إيضاح ما كان مستبهماً وتسهيل ما كان مستوعراً ، على أن


بسم الله الرحمن الرحيم
هذا كتاب وضعه محمد بن موسى الخوارزمي افتتحه بان قال
الحمد لله على نعمه بما هو اهله من محامده التي باداء ما افترض منها على من يعبده
من خلقه يقع اسم الشكر ويستوجب المزيد ويؤمن من الغير اقرارا بربوبيته
وتذللا لعزته وخشوعا لعظمته بعث محمدا صلى الله عليه وعلى اله
بالنبوة على حين فترة من الرسل وتنكر من الحق ودروس من الهدى فبصر به من العمى
واستنقذ به من الهلكة وكثر به بعد القلة والف به بعد الشتات تبارك
الله ربنا وتعالى جده وتقدست اسماؤه ولا اله غيره وصلى الله على محمد النبي واله
وسلم ولم تزل العلماء في الازمنة الخالية والامم الماضية يكتبون الكتب
مما يصنفون من صنوف العلم ووجوه الحكمة نظرا لمن بعدهم واحتسابا
للاجر بقدر الطاقة ورجاء ان يلحقهم من اجر ذلك وذخره وذكره ويبقى لهم
من لسان الصدق ما يصغر في جنبه كثير مما كانوا يتكلفونه من المؤونة ويحملونه
على انفسهم من المشقة في كشف اسرار العلم وغامضه اما رجل سبق الى ما
لم يكن مستخرجا قبله فورثه من بعده واما رجل شرح مما ابقى الاولون
ما كان مستغلقا فاوضح طريقه وسهل مسلكه وقرب مأخذه واما رجل
وجد في بعض الكتب خللا فلم شعثه واقام اوده واحسن الظن بصاحبه غير راد
عليه ولا مفتخر بذلك من فعل نفسه وقد شجعني ما فضل الله به الامام
المأمون امير المؤمنين مع الخلافة التي حاز له ارثها واكرمه بلباسها وحلاه
بزينتها من الرغبة في الادب وتقريب اهله وادنائهم وبسط كنفه لهم ومعونته
اياهم على ايضاح ما كان مستبهما وتسهيل ما كان مستوعرا على ان الفت من
حساب الجبر والمقابلة كتابا مختصرا حاصرا للطيف الحساب وجليله
لما يلزم الناس من الحاجة اليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسمتهم واحكامهم
وتجاراتهم وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الارضين وكري الانهار
والهندسة

ألفت من كتاب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً حاصراً للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه فى مواريثهم ووصاياهم وفى مقاسمتهم وأحكامهم وتجاراتهم ، وفى جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الأرضين وكرى الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه ، مقدماً لحسن النية فيه وراجيا لأن ينزله أهل الأدب بفضل ما استودعوا من نعم الله تعالى وجليل آلائه وجميل بلائه عندهم منزلته و بالله توفيقى فى هذا وفى غيره عليه توكلت وهو رب العرش العظيم . وصلى الله على جميع الانبياء والمرسلين . وإنى لما نظرت فيما يحتاج اليه الناس من الحساب وجدت جميع ذلك عدداً ووجدت جميع الأعداد إنما تركبت من الواحد والواحد داخل فى جميع الأعداد . ووجدت جميع ما يلفظ به من الأعداد ما جاوز الواحد إلى العشرة يخرج مخرج الواحد ثم تثنى العشرة وتثلث كما فعل بالواحد فتكون منها العشرون والثلاثون الى تمام المائة ، ثم تثنى المائة وتثلث كما فعل بالواحد وبالعشرة إلى الألف ثم كذلك تردد الألف عند كل عقد إلى غاية المدرك من العـــدد . ووجدت الأعداد التى يحتاج إليها فى حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضروب [1] وهى جذور وأموال وعدد مفرد

(١) لما كان الخوارزمى إزاء البحث فى معادلات الدرجة الثانية فقد بين الانواع الثلاثة من الحدود التى تدخل فى هذه المعادلات . فالجذر هو ما يرمز له فى الجبر عادة بالرمز س والمال هو $س^{٢}$ والعدد المفرد هو الحد الخالى من س وقد بدأ بذكر المعادلات التى تحتوى على حدين اثنين من هذه الحدود فعدد اشكالها الثلاثة على الترتيب :

$ا س^{٢} = ب س$ ، $ا س^{٢} = ح$ ، $ب س = ح$

وشرح طريقة حل كل منها بامثلة عددية مقتصراً على الكميات الموجبة المحدودة ونورد هنا الامثلة التى يذكرها وطريقة الحل طبقاً للاصطلاح الحديث :

لا ينسب إلى جذر ولا إلى مال . فالجذر منها كل شيء مضروب فى نفسه من الواحد وما فوقه من الأعداد وما دونه من الكسور . والمال كل ما اجتمع من الجذر المضروب فى نفسه . والعدد المفرد كل ملفوظ به من العدد بلا نسبة إلى جذر ولا إلى مال . فمن هذه الضروب الثلاثة ما يعدل بعضها بعضا وهو كقولك اموال تعدل جذوراً . وأموال تعدل عدداً . وجذور تعدل عدداً .

فأما الأموال التى تعدل الجذور فمثل قولك مال يعدل خمسة اجذاره فجذر المال خمسة والمال خمسة وعشرون وهو مثل خمسة أجذاره . وكقولك ثلث مال يعدل أربعة أجذار فالمال كله يعدل اثنى عشر جذراً وهو مائة وأربعة وأربعون وجذره اثنى عشر . ومثل قولك خمسة أموال تعدل عشرة أجذار فالمال الواحد يعدل جذرين وجذر المال اثنان والمال اربعة وكذلك ما كثر من الاموال أو قل رد إلى مال واحد . وكذلك يفعل بما عادلها من الأجذار يرد إلى مثل ما رد إليه المال .

$س^{٢} = ٥ س$ ، $س = ٥$ ، $س^{٢} = ٢٥$

$\frac{١}{٢} س^{٢} = ٤ س$ ، $س^{٢} = ١٢ س$ ، $س = ١٢$ ، $س^{٢} = ١٤٤$

$٥ س^{٢} = ١٠ س$ ، $س^{٢} = ٢ س$ ، $س = ٢$ ، $س^{٢} = ٤$

$ا س^{٢} = ب س$ ، $س^{٢} = \frac{ب}{ا} س$ ، $س = \frac{ب}{ا}$ ، $س^{٢} = ب^{٢} : ا^{٢}$

$س^{٢} = ٩$ ، $س = ٣$ ، $٥ س^{٢} = ٨٠$ ، $س^{٢} = (٨٠ \div ٥) = ١٦$

$\frac{١}{٢} س^{٢} = ١٨$ ، $س^{٢} = ٣٦$ ، $س = ٦$ ، $ا س^{٢} = ح$ ، $س^{٢} = \frac{ح}{ا}$

$س = ٣$ ، $س^{٢} = ٩$ ؛ $٤ س = ٢٠$ ، $س = ٥$ ، $س^{٢} = ٢٥$

$\frac{١}{٢} س = ١٠$ ، $س = ٢٠$ ، $س^{٢} = ٤٠٠$

وأما الاموال التى تعدل العدد فمثل قولك مال يعدل تسعة فهو المال وجذره ثلاثة وكقولك خمسة أموال تعدل ثمانين فالمال الواحد خمس الثمانين وهو ستة عشر وكقولك نصف مال يعدل ثمانية عشر فالمال يعدل ستة وثلاثين وجذره ستة وكذلك جميع الاموال زائدها وناقصها ترد إلى مال واحد وإن كانت أقل من مال زيد عليها حتى تكمل مالا تاما وكذلك يفعل بما عادلها من الاعداد .

وأما الجذور التى تعدل عددا فكقولك جذر يعدل ثلاثة من العدد فالجذر ثلاثة والمال الذى يكون منه تسعة . وكقولك اربعة اجذار تعدل عشرين فالجذر الواحد يعدل خمسة والمال الذى يكون منه خمسة وعشرون وكقولك نصف جذر يعدل عشرة فالجذر يعدل عشرين والمال الذى يكون منه اربعمائة .[١] ووجدت هذه الضروب الثلاثة ؛ التى هى الجذور والاموال والعدد ، تقترن فيكون منها ثلاثة اجناس مقترنة وهى أموال وجذور تعدل عددا . وأموال وعدد تعدل جذوراً . وجذور وعدد تعدل اموالا . فأما الأموال والجذور التى تعدل العدد فمثل قولك مال وعشرة اجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أىّ مال اذا زدت عليه مثل عشرة اجذاره بلغ ذلك كله تسعة وثلاثين . فبابه [٢] أن تنصف الاجذار وهى فى

---

(١) بعد أن شرح الخوارزمى المعادلات التى تحتوى على حدين تعرض للحالة العامة فى معادلات الدرجة الثانية حيث توجد ثلاثة حدود ولما كان بحثه مقصوراً على الاعداد الموجبة فقد قسم معادلات الدرجة الثانية الى ثلاثة أنواع وهى حسب الاصطلاح الحديث : (١) $\text{ا}\,\text{س}^2 + \text{ب}\,\text{س} = \text{ح}$ ، (٢) $\text{ا}\,\text{س}^2 + \text{ح} = \text{ب}\,\text{س}$ ، (٣) $\text{ب}\,\text{س} + \text{ح} = \text{ا}\,\text{س}^2$ ثم بين قاعدة حل كل من هذه الانواع شارحاً ذلك بأمثلة عددية .

(٢) $\text{س}^2 + 10\,\text{س} = 39$ ومنه $\text{س} = \sqrt{(10 \div 2)^2 + 39} - (10 \div 2) = \sqrt{64} - 5 = 8 - 5 = 3$

هذه المسئلة خمسة فتضربها فى مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة والثلاثين فتكون اربعة وستين فتأخذ جذرها وهو ثمانية فتنقص منه نصف الاجذار وهو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذى تريد والمال تسعة . وكذلك لو ذكر مالين أو ثلاثة أو أقل أو اكثر فاردده إلى مال واحد واردد ما كان معه من الأجذار والعدد إلى مثل ما رددت إليه المال . وهو نحو قولك [١] مالان وعشرة اجذار تعدل ثمانية واربعين درهما ومعناه أى مالين إذا جمعا وزيد عليهما مثل عشرة اجذار احدهما بلغ ذلك ثمانية واربعين درهما فينبغى أن ترد المالين إلى مال واحد وقد علمت أن مالا من مالين نصفهما فاردد كل شيء فى المسئلة إلى نصفه فكأنه قال مال وخمسة اجذار يعدل أربعة وعشرين درهما . ومعناه أى مال إذا زدت عليه خمسة اجذاره بلغ ذلك اربعة وعشرين . فنصف الأجذار فتكون اثنين ونصفا فاضربها فى مثلها فتكون ستة وربعا فزدها على الاربعة والعشرين فتكون ثلاثين درهما وربعا فخذ جذرها وهو خمسة ونصف فانقص منها نصف الأجذار وهو اثنان ونصف يبقى ثلثة وهو جذر المال والمال تسعة . وكذلك [٢] لو قال نصف مال وخمسة أجذاره يعدل ثمانية وعشرين درهما فمعنى ذلك أى مال إذا زدت على نصفه مثل خمسة اجذاره بلغ ذلك ثمانية وعشرين درهما فتريد أن تكمل مالك حتى يبلغ مالا تاماً وهو أن تضعفه فأضعفه وأضعف كلما معك مما يعادله فيكون مالا وعشرة اجذار يعدل ستة وخمسين درهما فنصف الاجذار تكون

---

(١) $2\,\text{س}^2 + 10\,\text{س} = 48$ $\qquad$ $\text{س}^2 + 5\,\text{س} = 24$

ومنه $\text{س} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 24} - \frac{5}{2} = (11 \div 2) - \frac{5}{2} = 3$

(٢) $\frac{1}{2}\,\text{س}^2 + 5\,\text{س} = 28$ $\qquad$ $\text{س}^2 + 10\,\text{س} = 56$

$\text{س} = \sqrt{(10 \div 2)^2 + 56} - (10 \div 2) = 9 - 5 = 4$

خمسة فاضربها فى مثلها تكون خمسة وعشرين فزدها على الستة والخمسين تكون احدا وثمانين فخذ جذرها وهو تسعة فانقص منها نصف الاجذار وهو[1] خمسة فيبقى أربعة وهو جذر المال الذى أردت والمال ستة عشر ونصفه ثمانية وكذلك فافعل بجميع ما جاءك من الاموال والجذور وما عادلها من العدد تصب ان شاء الله .

وأما الأموال والعدد التى تعدل الجذور فنحو قولك مال وأحد وعشرون من العدد يعدل عشرة اجذاره ومعناه أى مال إذا زدت عليه واحدا وعشرين درهما كان ما اجتمع مثل عشرة أجذار ذلك المال . فبابه[2] أن تنصف الاجذار فتكون خمسة فاضربها فى مثلها تكون خمسة وعشرين فانقص منها الواحد والعشرين التى ذكر انها مع المال فيبقى اربعة فخذ جذرها وهو اثنان فانقصه من نصف الاجذار وهو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذى تريده والمال تسعة . وان شئت فزد الجذر على نصف الاجذار فتكون سبعة وهو جذر المال الذى تريده والمال تسعة واربعون . فاذا وردت عليك مسئلة تخرجك الى هذا الباب فامتحن صوابها بالزيادة فان لم تكن فهى بالنقصان لا محالة وهذا الباب يعمل بالزيادة والنقصان جميعا وليس ذلك فى غيره من الابواب الثلاثة التى يحتاج فيها إلى تنصيف الاجذار . واعلم انك اذا نصفت الاجذار فى هذا الباب وضربتها فى

(١) فى الأصل « وهى » باعتبار أن نصف الاجذار مؤنث كالاجذار والافضل « وهو » اشارة إلى النصف وقد تنبه لذلك الناسخ أو أحد القارئين فوضع اللفظ الصحيح فوق اللفظ الاصلى وتوجد أمثلة متعددة من هذا « التصحيح » فى النسخة الاصلية بعضها لازم والبعض الاخر لا لزوم له .

(٢) $س^{٢} + ٢١ = ١٠ س \therefore س = (١٠ \div ٢) \pm \sqrt{(١٠ \div ٢)^{٢} - ٢١}$
$= ٥ \pm ٢ = ٧$ أو ٣

مثلها فكان مبلغ ذلك أقل من الدراهم التى مع المال فالمسئلة مستحيلة[1] وإن كان مثل الدراهم بعينها[2] فجذر المال مثل نصف الاجذار سواء لازيادة ولا نقصان . وكل ما أتاك من مالين أو أكثر أو أقل فاردده الى مال واحد كنحو ما بينت لك فى الباب الاول .

وأما الجذور والعدد التى تعدل الأموال فنحو قولك ثلثة اجذار وأربعة من العدد تعدل مالا . فبابه أن تنصف الأجذار فتكون واحدا ونصفا فاضربها فى مثلها فتكون اثنين وربعا فزدها على الاربعة فتكون ستة وربعا فخذ جذرها وهو اثنان ونصف فزده على نصف الأجذار وهو واحد ونصف فتكون اربعة وهو جذر المال ، والمال ستة عشر وكل ما كان اكثر من مال أو أقل فأردده إلى مال واحد

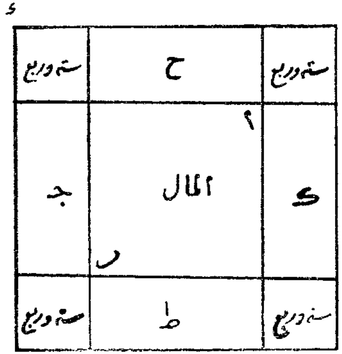
فهذه الستة الضروب التى ذكرتها فى صدر كتابى هذا وقد اتيت على تفسيرها واخبرت أن منها ثلثة ضروب لا تنصف فيها الأجـــذار وقد بينت قياسها واضطرارها . فأما ما تحتاج فيه إلى تنصيف الأجذار فى الثلاثة الأبواب الباقية فقد وصفته بابواب صحيحة وصيرت لكل باب منها صورة يستدل منها على العلة فى التنصيف .

فأما علة مال وعشرة اجذار تعدل تسعة وثلاثين درهما فصورة ذلك سطح

(١) تنبه الخوارزمى للحالة التى يستحيل فيها ايجاد قيمة حقيقية للمجهول فقال إن المسئلة تكون فى هذه الحالة « مستحيلة » وقد بقى هذا اسمها بين علماء الرياضيات الى أواخر القرن الثامن عشر عند ما بدأ البحث فى الكميات التخيلية على أيدى كاسبار فسل وجان روبير أرجان

(٢) هذه هى الحالة التى يتساوى فيها جذرا المعادلة ويكون كل منهما مساوياً لنصف معامل س بالاصطلاح الحديث .

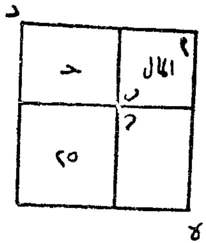
مربع مجهول الاضلاع وهو المال الذى تريد أن تعرفه وتعرف جذره وهو سطح اَبَ وكل ضلع من اضلاعه فهو جذره وكل ضلع من اضلاعه إذا ضربته فى عدد من الأعداد فما بلغت الاعداد فهى اعداد جذور . كل جذر مثل جذر ذلك السطح فلما قيل إن مع المال عشرة اجذاره اخذنا ربع العشرة وهو اثنان ونصف وصيرنا كل ربع منها مع ضلع من اضلاع السطح فصار مع السطح الأول الذى هو سطح اَبَ اربعة سطوح متساوية



طول كل سطح منها مثل جذر سطح اَبَ وعرضه اثنان ونصف وهى سطوح ح ط ك ح فحدث سطح متساوى الاضلاع مجهول أيضا ناقص فى زواياه الأربع فى كل زاوية من النقصان اثنان ونصف فى اثنين ونصف فصار الذى يحتاج إليه من الزيادة حتى يتربع السطح اثنان ونصف فى مثله اربع مرات ومبلغ ذلك جميعه خمسة وعشرون . وقد علمنا أن السطح الأول الذى هو سطح المال والأربعة السطوح التى حوله وهى عشرة اجذار هى تسعة وثلاثون من العدد . فاذا زدنا عليها الخمسة والعشرين التى هى المربعات الاربع التى هى على زوايا سطح اَبَ تم تربيع السطح الاعظم وهو سطح دَهَ وقد علمنا أن ذلك كله اربعة وستون وأحد أضلاعه جذره وهو ثمانية فاذا نقصنا من الثمانية مثل ربع العشرة مرتين من طرفى ضلع السطح الأعظم الذى هو سطح دَهَ وهو خمسة بقى من

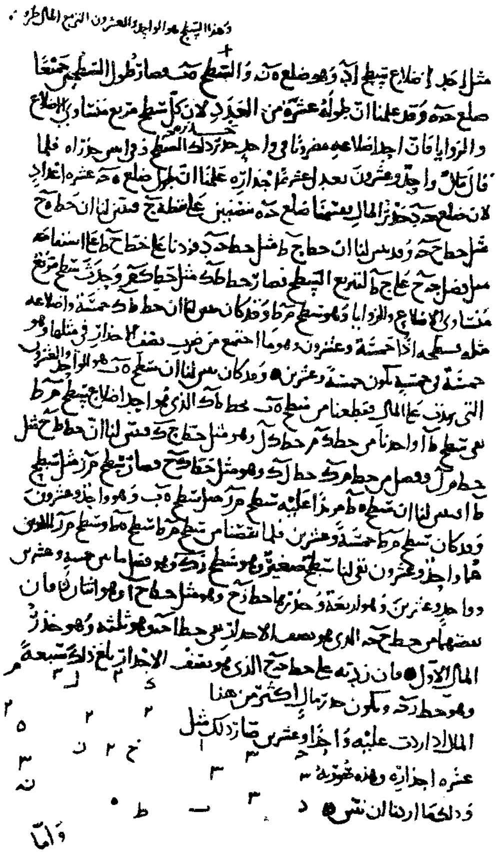
ضلعه ثلاثة وهو جذر ذلك المال . وإنما نصفنا العشرة الاجذار وضربناها فى مثلها وزدناها على العدد الذى هو تسعة وثلاثون ليتم لنا بناء السطح الأعظم بما نقص من زواياه الأربع لأن كل عدد يضرب ربعه فى مثله ثم فى اربعة يكون مثل ضرب نصفه فى مثله فاستغنينا بضرب نصف الاجذار فى مثلها عن الربع فى مثله ثم فى أربعة وهذه صورته .

وله أيضاً صورة أخرى تؤدى الى هذا وهى سطح اَبَ وهو المال فأردنا أن نزيد عليه مثل عشرة اجذاره فنصفنا العشرة فصارت خمسة فصيرناها سطحين على جنبتى سطح اَبَ وهما سطحا حَ ح فصار طول كل سطح منهما خمسة اذرع وهو نصف العشرة الاجذار وعرضه مثل ضلع سطح اَبَ فبقيت لنا مربعة من زوايا سطح اَبَ وهى خمسة فى خمسة وهى نصف العشرة الاجذار التى زدناها على جنبتى السطح الأول فعلمنا أن السطح الأول هو المال وأن السطحين اللذين على جنبتيه هما عشرة أجذار فذلك كله تسعة وثلاثون وبقى الى تمام السطح الأعظم مربعة خمسة فى خمسة فذلك خمسةوعشرون فزدناها على تسعة وثلاثين ليتم لنا السطح الأعظم الذى هو سطح دَهَ فبلغ ذلك كله أربعة وستين فأخذنا جذرها وهو ثمانية وهو أحد أضلاع السطح الأعظم فاذا نقصنا منه مثل ما زدنا عليه وهو خمسة بقى ثلاثة وهو ضلع سطح اَبَ الذى هو المال وهو جذره والمال تسعة وهذه صورته



وأما مال وأحد وعشرون درهما تعدل عشرة اجذاره[1] فانا نجعل المال سطحاً

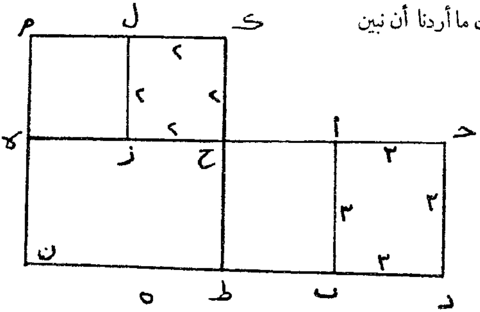
(١) $س^2 + ٢١ = ١٠ س$ ∴ $س = ٥ \pm \sqrt{٢٥ - ٢١} = ٣$ أو ٧



مربعاً مجهول الاضلاع وهو سطح آد ، ثم نضم اليه سطحاًمتوازى الاضلاع عرضه مثل أحد أضلاع سطح آد وهو ضلع هـن والسطح هـب ، فصار طول السطحين جميعاً ضلع حـه ؛ وقد علمنا أن طوله عشرة من العدد لأن كل سطح مربع متساوى الأضلاع والزوايا فان أحد أضلاعه مضروباً فى واحد جذر ذلك السطح ، وفى أثنين جذراه ؛ فلما قال مال واحد وعشرون تعدل عشرة اجذاره ؛ علمنا أن طول ضلع هـحـ عشرة اعداد لأن ضلع حـد جذر المال فقسمنا ضلع حـه نصفين على نقطة ح فيتبين لنا ان خط هـح مثل خط ح حـ وقد تبين لنا أن خط ح ط مثل خط حـد فزدنا على خط ح ط على استقامته مثل فضل حـح على ح ط ليتربع السطح فصار خط ط ك مثل خط ك م وحدث سطح مربع متساوى الاضلاع والزوايا وهو سطح م ط وقد كان تبين لنا أن خط ط ك خمسة واضلاعه مثله فسطحه اذاً خمسة وعشرون وهو ما اجتمع من ضرب نصف الاجذار فى مثلها وهو خمسة فى خمسة يكون خمسة وعشرين . وقد كان تبين لنا أن سطح هـب هو الواحد والعشرون التى زيدت على المال فقطعنا من سطح هـب بخط ط ك الذى هو احد اضلاع سطح م ط بقى سطح ط ا واخذنا من خط ك م خط ك ل وهو مثل خط ح ك فتبين لنا أن خط ط ح مثل خط م ل وفضل من خط م ك خط ل ك وهو مثل خط ك ح فصار سطح م ز مثل سطح ط ا فيتبين لنا أن سطح هـ ط مزيدا عليه سطح م ز مثل سطح هـب وهو واحد وعشرون وقد كان سطح م ط خمسة وعشرين فلما نقصنا من سطح م ط سطح هـ ط وسطح م ز اللذين هما واحد وعشرون بقى لنا سطح صغير وهو سطح ز ك وهو فضل ما بين خمسة وعشرين وواحد وعشرين وهو أربعة وجذرها خط ز ح وهو مثل خط ح ا وهو اثنان . فان نقصتهما من خط ح حـ الذى هو نصف الاجذار بقى خط ا حـ وهو

ثلاثة وهو جذر المال الأول . فان زدته على خط حـ ح الذى هو نصف الاجذار بلغ ذلك سبعة وهو خط ز حـ ويكون جذر مال اكثر من هذا المال اذا زدت عليه واحدا وعشرين صار ذلك مثل عشرة اجذاره وهذه صورته (١)

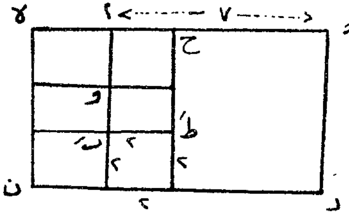
وذلك ما أردنا أن نبين



وأما ثلاثة أجذار وأربعة من العدد تعدل مالا (٢) فانا نجعل المال سطحاً مربعاً مجهول الاضلاع متساوى الاضلاع والزوايا وهو سطح ا د فهذا السطح

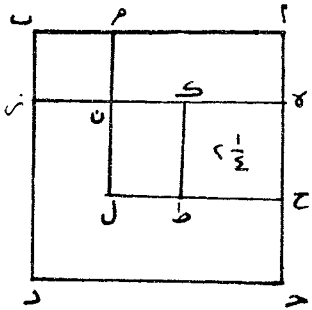
---

(١) يوضح هذا الشكل الحالة التى يكون فيها جذر المال أقل من نصف الاجذار وهى حالة النقصان أما حالة الزيادة ($س = ٥ + \sqrt{٢٥ - ٢١}$) فتحتاج لتوضيحها لشكل آخر لم يبينه الخوارزمى ونورده هنا استكمالا للبحث



(٢) $س^{٢} = ٣ س + ٤ \quad \therefore \quad س = \frac{٣ + \sqrt{٩ + ١٦}}{٢} = ٤$

كله يجمع الثلاثة الاجذار والاربعة التى ذكرناها وكل سطح مربع فان احد اضلاعه فى واحد جذره فقطعنا من سطح ا د سطح ه د فجعلنا أحد أضلاعه الذى هو ه ح ثلاثة التى هى عدد الأجذار وهى مثل ز د فتبين لنا أن سطح ه ب هو الاربعة المزيدة على الأجذار فقطعنا ضلع ه ح الذى هو ثلاثة أجذار نصفين على نقطة ح ثم جعلنا منه سطحا مربعاً وهو سطح ه ط وهو ما كان من ضرب نصف الاجذار الذى هو واحد ونصف فى مثله وهو اثنان وربع ثم زدنا فى خط ح ط مثل خط ا ه وهو خط ط ل فصار خط ح ل مثل خط ا ح وخط ك ن مثل خط ط ل وحدث سطح مربع متساوى الاضلاع والزوايا وهو سطح ح م وقد تبين لنا أن خط ا ح مثل خط م ل وخط ا ح مثل خط ح ل فبقى خط ح ج مثل خط ن ز وخط م ن مثل خط ط ل فيفضل من سطح ه ب مثل سطح ك ل وقد علمنا أن سطح ا ز هو الاربعة الزائدة على الثلاثة الاجذار فصار سطح ا ن وسطح ك ل مثل سطح ا ز الذى هو الاربعة العدد فتبين لنا أن سطح ح م هو نصف الاجذار



الذى هو واحد ونصف فى مثله وهو اثنان وربع وزيادة الاربعة التى هى سطح ا ن وسطح ك ل وقد بقى لنا من ضلع المربعة الأوله التى هى سطح ا د وهو المال كله نصف الاجذار وهو واحد ونصف • هو خط ح ج فاذا زدناه على خط ا ح الذى هو جذر سطح ح م اثنان

ونصف وزدنا عليه خط ح ج الذى هو نصف الثلاثة الاجذار وهو واحد ونصف فبلغ ذلك كله أربعة وهو خط ا ج وهو جذر المال الذى هو سطح ا د وهذه صورته وذلك ما أردنا أن نبين .

ووجدنا كل ما يعمل به من حساب الجبر والمقابلة لابد أن يخرجك الى احد الابواب الستة التى وصفت فى كتابى هذا وقد أتيت على تفسيرها فاعرف ذلك .

باب الضرب

وأنا مخبرك كيف تضرب الاشياء وهى الجذور بعضها فى بعض اذا كانت منفردة ، أو كان معها عدد ، أو كان مستثنى منها عدد ، أو كانت مستثناة من عدد ، وكيف تجمع بعضها الى بعض ، وكيف تنقص بعضها من بعض . أعلم انه لابد لكل عدد يضرب فى عدد من أن يضاعف أحد العددين بقدر ما فى الآخر من الآحاد . فاذا كانت عقود ومعها آحاد أو مستثنى منها آحاد فلابد من ضربها أربع مرات . العقود فى العقود ، والعقود فى الآحاد ، والآحاد فى العقود . والآحاد فى الآحاد . فاذا كانت الآحاد التى مع العقود زائدة جميعاً فالضرب الرابع زائد ، واذا كانت ناقصة جميعا فالضرب الرابع زائد أيضاً . واذا كان أحدهما زائدا والآخر ناقصاً فالضرب الرابع ناقص(١) وهو مثل عشرة وواحد فى عشرة واثنين(٢) فالعشرة فى العشرة مائة والواحد فى العشرة عشرة زائدة والاثنان فى العشرة عشرون زائدة والواحد فى الاثنين اثنان زائدان فذلك كله مائة واثنان وثلاثون واذا كانت عشرة الا واحداً فى عشرة الا واحداً (٣) فالعشرة فى العشرة مائة والواحد

---

(١) حاشية : وان شئت قلت متى استوى المضروب والمضروب فيه كان المجتمع زائداً ومتى اختلفا كان المجتمع ناقصاً .

(٢) (١٠ + ١) (١٠ + ٢) = ١٠٠ + ١٠ + ٢٠ + ٢ = ١٣٢

(٣) (١٠ − ١) (١٠ − ١) = ١٠٠ − ١٠ − ١٠ + ١ = ٨١

الناقص في العشرة عشرة ناقصة والواحد الناقص أيضاً في العشرة عشرة ناقصة فذلك ثمانون والواحد الناقص في الواحد الناقص واحد زائد فذلك أحد وثمانون. واذا كانت عشرة واثنان في عشرة الا واحداً (١) فالعشرة في العشرة مائة والواحد الناقص في العشرة عشرة ناقصة والاثنان الزائدان في العشرة عشرون زائدة فذلك مائة وعشرة والاثنان الزائدان في الواحد المنقوص اثنان ناقصان فذلك كله مائة وثمانية. وإنما بينت ذلك لتستدل به على ضرب الاشياء بعضها في بعض اذا كان معها عدد أو استثنيت من عدد أو استثنى منها عدد. فاذا قيل لك عشرة الا شيئاً ومعنى الشيء الجذر في عشرة (٢) فأضرب عشرة في عشرة يكون مائة والا شيئاً في عشرة يكون عشرة أجذار ناقصة فيعدل مائة الا عشرة اشياء. فان قال عشرة وشيء في عشرة فاضرب عشرة في عشرة يكون مائة وشيئاً في عشرة بعشرة اشياء زائدة يكون مائة وعشرة اشياء. وان قال عشرة وشيء في مثلها (٣) قلت عشرة في عشرة مائة وعشرة في شيء بعشرة اشياء وعشرة في شيء بعشرة اشياء أيضاً وشيء في شيء مال زائد فيكون ذلك مائة درهم وعشرين شيئاً ومالا زائداً. وإن قال عشرة الا شيئاً في عشرة الا شيئاً (٤) قلت عشرة في عشرة بمائة والا شيئاً في عشرة عشرة أشياء ناقصة والا شيئاً في عشرة عشرة أشياء ناقصة والا شيئاً في الا شيئاً مال زائد فيكون ذلك مائة ومالا الا عشرين شيئاً (٥) وكذلك

(١) (١٠ + ٢) (١٠ − ١) = ١٠٠ − ١٠ + ٢٠ − ٢ = ١٠٨

(٢) ١٠ (١٠ − س) = ١٠٠ − ١٠ س

(٣) (١٠ + س) (١٠ + س) = ١٠٠ + ١٠ س + ١٠ س + س^{٢}

(٤) (١٠ − س) (١٠ − س) = ١٠٠ − ١٠ س − ١٠ س + س^{٢}

(٥) حاشية. ومثله لو كان السؤال شيء إلا عشرة في شيء إلا عشرة

لو أنه قال لك درهم الا سدساً في درهم الا سدساً يكون خمسة اسداس في مثلها وهي خمسة وعشرين جزءاً من ستة وثلاثين من اجزاء الدرهم وهو ثلثان وسدس السدس وقياسه أن تضرب درهما في درهم فيكون درهما (والا سدساً في درهم بسدس ناقص والا سدساً في درهم بسدس ناقص فيبقى ثلثان والا سدساً في سدس (١) بسدس السدس زائداً وذلك ثلثان وسدس السدس) ثم درهم في الا سدساً بسدس ناقص ثم درهم في الا سدسا بسدس ناقص فيكون ثلثي درهم والا سدسا في الا سدس بسدس السدس زائد فذلك ثلثان وسدس السدس وان قال عشرة الا شيئاً في عشرة وشيء (٢) قلت عشرة في عشرة مائة والا شيئاً في عشرة عشرة أشياء ناقصة وشيء في عشرة عشرة اشياء زائدة والا شيئاً في شيء مال ناقص فيكون لك مائة درهم الا مالا. وإن قال عشرة الا شيئاً في شيء قلت عشرة في شيء عشرة اشياء والا شيئاً في شيء مال ناقص فيكون عشرة أشياء الا مالا وإن قال عشرة وشيء في شيء الا عشرة قلت شيء في عشرة عشرة اشياء زائدة وشيء في شيء مال زائد والا عشرة في عشرة مائة درهم ناقصة والا عشرة في شيء بعشرة أشياء ناقصة فتقول مال الا مائة درهم بعد ما قابلت به وذلك أن تطرح عشرة اشياء زائدة بعشرة أشياء ناقصة فيبقى مال الا مائة درهم. وان قال عشرة دراهم ونصف شيء في نصف درهم الا خمسة أشياء (٣) قلت نصف درهم في عشرة بخمسة دراهم زائدة ونصف درهم في نصف شيء بربع شيء زائد والا خمسة أشياء في عشرة دراهم خمسون جذراً ناقصة فيكون جميع ذلك خمسة دراهم الا تسعة واربعين جذراً

(١) يقصد إلا سدساً في إلا سدساً بسدس السدس زائدا. على أنه أعاد ذلك مصححاً في السطرين التالين.

(٢) (١٠ − س) (١٠ + س) = ١٠٠ − س^{٢}

(٣) (١٠ + ½ س) (½ − ٥ س) = ٥ + ¼ س − ٥٠ س − ٢½ س^{٢}

(شيئاً) وثلاثة ارباع جذر ثم تضرب خمسة أجذار ناقصة فى نصف جذر زائد فيكون مالين ونصفا ناقصاً فذلك خمسة دراهم الا مالين ونصفا والا تسعة وأربعين جذراً وثلاثة أرباع جذر . فان قال عشرة وشىء فى شىء الا عشرة فكانه قال شىء وعشرة فى شىء الا عشرة فتقول شىء فى شىء مال زائد وعشرة فى شىء عشرة أشياء زائدة والا عشرة فى شىء عشرة أشياء ناقصة فذهبت الزيادة بالنقصان وبقى المال والا عشرة فى عشرة مائة منقوصة من المال لجميع ذلك مال الا مائة درهم . وكل ما كان من الضرب زائداً وناقصاً مثل الاشياء فى زيادة شىء فالضرب الأخير ناقص أبداً فاعلم ذلك وبالله التوفيق . **باب الجمع والنقصان** اعلم أن جذر مائتين الا عشرة مجموع الى عشرين الا جذر مائتين فانه عشرة سوياً [1] . وجذر مائتين الا عشرة منقوص من عشرين الا جذر مائتين فهو ثلاثون الا جذرى مائتين . وجذرا مائتين هو جذر ثمانى مائة . ومائة ومال الا عشرين جذراً مجموع اليه خمسون وعشرة اجذار الا مالين [2] فهو مائة (ومال) وخمسون الا مالا والا عشرة اجذار [3] . ومائة ومال الى عشرين جذراً منقوص منه خمسون وعشرة أجذار الا مالين فهو خمسون درهما وثلاثة أموال الا ثلاثين جذراً . وأنا مبين لك علة ذلك فى صورة تؤدى الى الطلب ان شاء الله تعالى . واعلم أن كل جذر مال معلوم أو أصم تريد أن تضعفه ومعنى اضعافك أياه أن تضربه فى اثنين فينبغى

(١) $(\sqrt{٢٠٠}-١٠)+(٢٠-\sqrt{٢٠٠})=١٠$

و $-(\sqrt{٢٠٠}-١٠)+(٢٠-\sqrt{٢٠٠})=٣٠-٢\sqrt{٢٠٠}$

(٢) $(١٠٠+\text{س}^{٢}-٢٠\,\text{س})+(٥٠+١٠\,\text{س}-٢\,\text{س}^{٢})=١٥٠-\text{س}^{٢}-١٠\,\text{س}$ ؛ $(١٠٠+\text{س}^{٢}-٢٠\,\text{س})-(٥٠+١٠\,\text{س}-٢\,\text{س}^{٢})=٥٠+٣\,\text{س}^{٢}-٣٠\,\text{س}$

(٣) لعله يقصد « مائة وخمسون إلا مالا و إلا عشرة اجذار »

أن تضرب اثنين فى اثنين ثم فى المال فيصير جذر ما اجتمع مثلى جذر ذلك المال وأن أردت ثلاثة امثاله فاضرب ثلاثة فى ثلاثة ثم فى المال فيكون جذر ما اجتمع ثلاثة امثال جذر ذلك المال الأول وكذلك ما زاد من الاضعاف أو نقص فعلى هذا المثال نفسه [1] . وأن أردت أن تأخذ نصف جذر مال فينبغى أن تضرب نصفاً فى نصف فيكون ربعاً ثم فى المال فيكون جذر ما اجتمع مثل نصف جذر ذلك المال . وكذلك ثلثه أو ربعه أو أقل من ذلك أو اكثر بالغاً ما بلغ فى النقصان والاضعاف : **ومثال ذلك** اذا أردت أن تضعف جذر تسعة ضربت اثنين فى اثنين ثم فى تسعة فيكون ذلك ستة وثلاثين فخذ جذرها يكون سته وهو كجذر تسعة [2] وكذلك لو أردت أن تضعف جذر تسعة ثلاث مرات ضربت ثلاثة فى ثلاثة ثم فى تسعة فيكون أحد وثمانين فخذ جذرها تسعة وذلك جذر تسعة مضاعفاً ثلاث مرات . فان اردت أن تأخذ نصف جذر تسعة فانك تضرب نصفا فى نصف فيكون ربعا ثم تضرب ربعا فى تسعة فيكون اثنين وربعا فتأخذ جذرها وهو واحد ونصف وهو نصف جذر تسعة وكذلك ما زاد أو نقص من المعلوم والاصم . فهذا طريقه . **القسم** [3] وان اردت ان تقسم جذر تسعة على جذر أربعة [4] فانك تقسم تسعة على اربعة فيكون اثنين وربعا فجذرها هو مايصيب

(١) $\text{ن}\sqrt{\text{س}}=\sqrt{\text{ن}^{٢}\text{س}}$ مثلا $٢\sqrt{٩}=\sqrt{٤\times ٩}=٦$

(٢) صح : كجذر تسعة مرتين .

(٣) القسم بالفتح مصدر قسم يقسم ولا يستعمل فى العرف الحديث بل يقال القسمة .

(٤) $\frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{٤}}=\sqrt{\frac{٩}{٤}}=\frac{٣}{٢}$: وعلى العموم $\frac{\sqrt{\text{س}}}{\sqrt{\text{ص}}}=\sqrt{\frac{\text{س}}{\text{ص}}}$

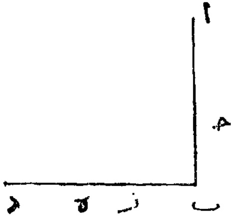
الواحد وهو واحد ونصف . وان اردت ان تقسم جذر اربعة على جذر تسعة فانك تقسم أربعة على تسعة فيكون اربعة اتساع واحد فجذرها ما يصيب الواحد وهو ثلثا واحد . فان اردت ان تقسم جذرى تسعة على جذر اربعة أو غيرها من الاموال فاضعف جذر التسعة على ما اريتك فى عمل الاضعاف فما بلغ فاقسمه على أربعة أو على ما اردت ان تقسم عليه واعمل به كما عملت . وكذلك ان أردت ثلاثة أجذار تسعة أو اكثر أو نصف جذر تسعة أو أقل أو ما كان فعلى هذا المنوال فاعمله تصب ان شاء الله تعالى . وان اردت ان تضرب جذر تسعة فى جذر اربعة (١) فاضرب تسعة فى اربعة فيكون ستة وثلاثين فخذ جذرها وهو ستة فهو جذر تسعة مضروب فى جذر أربعة .وكذلك لو أردت أن تضرب جذر خمسة فى جذر عشرة فاضرب خمسة فى عشرة فجذر ما بلغ هو الشيء الذى تريده . وان اردت ان تضرب جذر ثلث فى جذر نصف فاضرب ثلثا فى نصف فيكون سدسا فجذر السدس هو جذر الثلث مضروب فى جذر النصف .

وان اردت ان تضرب جذرى تسعة فى ثلاثة أجذار اربعة فاستخرج جذرى تسعة كما وصفت لك حتى تعلم جذر اى مال هو وكذلك فافعل بثلاثة اجذار الاربعة حتى تعلم جذر أى مال هو ثم اضرب المالين أحدهما فى الآخر فجذر ما اجتمع لك هو جذر(٢) تسعة فى ثلاثة اجذار اربعة وكذلك كلما زاد من الاجذار او نقص فعلى هذا المثال فاعمل به . فأما علة جذر مائتين الا عشرة مجموعا الى عشرين الا جذر مائتين فان صورة ذلك خط اب وهو جذر مائتين فمن ا الى نقطة حـ هو العشرة والباقى جذر مائتين هو الباقى من خط اب وهو خط حب ثم تخرج من نقطة ب خطا الى نقطة ه وهو خط العشرين وهو

(١) $\sqrt{٩} \times \sqrt{٤} = \sqrt{٩ \times ٤} = ٦$ وعلى العموم $\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س ص}$

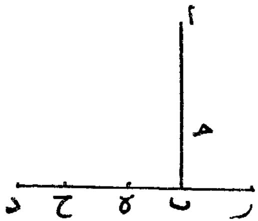
(٢) الصحيح جذرا تسعة

مثلا خط اح الذى هو عشرة فمن نقطة ب الى نقطة ه مثل خط اب فهو جذر مائتين أيضا والباقى من العشرين هو من نقطة ه الى نقطة د فلما أردنا أن نجمع ما بقى من جذر المائتين بعد طرح العشرة وهو خط حب الى خط هد الذى هو عشرون الا جذر مائتين فقطعنا من خط به مثل خط حب وهو خط زه وقد كان تبين لنا أن خط اب الذى هو جذر مائتين مثل خط به وأن خط اح الذى هو العشرة مثل خط بز والباقى من خط اب الذى هو حب مثل الباقى من خط به الذى هو زه زدنا على خط هد خط زه فتبين لنا أنه قد نقص من خط بد الذى هو عشرون مثل خط اح الذى هو عشرة وهو خط بز وبقى لنا خط زد وهو عشرة وذلك ما أردنا أن نبين وهذه صورته . وأما علة جذر مائتين الا عشرة منقوصاً من عشرين الا جذر مائتين فان صورة ذلك خط اب وهو جـذر مائتين ومن ا الى نقطة حـ هى العشرة المعلومة ونخرج من نقطة ب خطا الى نقطة د ونجعله العشرين ونجعل من ب الى نقطة ه



مثل خط جذر مائتين وهو مثل خط اب وقد تبين لنا أن خط حب هو ما بقى من جذر مائتين بعد القاء العشرة وخط ده هو ما بقى من العشرين بعد القاء جذر المائتين فأردنا أن ننقص خط حب من خط هد فأخرجنا من نقطة ب خطا الى نقطة ز وهو مثل خط اح الذى هو العشرة فصار جميع خط زد مثل خط زب وخط بد وقد تبين لنا أن ذلك كله ثلاثون وقطعنا من خط هد مثل خط حب وهو خط هح فتبين لنا أن خط حد هو ما بقى من خط زد الذى

هو ثلاثون وتبين لنا أن خط ب ه جذر مائتين وخط ر ب و ب ح جذر المائتين أيضاً فلما صار خط ه ح مثل خط ح ب تبين لنا أن الذى نقص من خط ر د — الذى هو ثلاثون — جذرا مائتين وجذرا مائتين هو جذر ثمانى مائة وذلك ما أردنا أن نبين وهذه صورته . وأما



مائة ومال الا عشرين جذراً مجموع اليه خمسون وعشرة اجذار الا مالين فلم تستقم له صورة لانه من ثلاثة اجناس مختلفة . اموال وجذور وعدد وليس معها ما يعادلها فتصور وقد تمكننا لها صورة لاتحسن فاما اضطرارها باللفظ فبين وذلك انك قد علمت ان معك مائة ومالا الا عشرين جذرا فلما زدت عليها خمسين وعشرة أجذار صارت مائة وخمسين ومالا الا عشرة اجذار لأن هذه العشرة الاجذار المزيدة جبرت من العشرين الجذر الناقصة عشرة أجذار فبقيت مائة وخمسون ومال الا عشرة اجذار وقد كان مع المائة مال فلما نقصت من المائة والمال المالين المستثنين من الخمسين ذهب مال بمال وبقى عليك مال فصارت مائة وخمسين الا مالا والا عشرة أجذار وذلك ما أردنا أن نبين . **باب المسائل الست** وقد قدمنا قبل ابواب الحساب ووجوهها ست مسائل جعلتها أمثلة للستة الابواب المتقدمة فى صدر كتابى هذا لابد ان منها ثلاثة لا تنصف فيها الاجذار وذكرت ان حساب الجبر والمقابلة لابد ان يخرجك الى باب منها ثم اتبعت ذلك من المسائل بما يقرب من الفهم وتخف فيه المؤنة وتسهل فيه الدلالة ان شاء الله تعالى . **فالاولى من الست** نحو قولك عشرة قسمتها قسمين فضربت أحد القسمين فى الآخر ثم ضربت أحدهما فى نفسه فصار المضروب فى نفسه مثل احد القسمين فى الآخر اربع

مرات [١] فقياسه ان تجعل أحد القسمين شيئا والاخر عشرة الا شيئا فتضرب شيئا فى عشرة الا شيئا فتكون عشرة اشياء الا مالا ثم تضربه فى أربعة لقولك أربع مرات فيكون أربعة امثال المضروب من أحد القسمين والاخر فيكون ذلك اربعين شيئاً الا اربعة اموال ثم تضرب شيئاً فى شيء وهو احد القسمين فى نفسه فيكون مالا يعدل اربعين شيئاً الا اربعة اموال فاجبرها بالاربعة الاموال وزدها على المال فيكون اربعين شيئاً تعدل خمسة أموال فالمال الواحد يعدل ثمانية أجذار وهو أربعة وستون جذرها ثمانية وهو أحد القسمين المضروب فى نفسه والباقى من العشرة اثنان وهو القسم الاخر فقد اخرجتك هذه المسألة الى احد الابواب الستة وهى أموال تعدل جذوراً فاعلم ذلك[٢] . **والمسألة الثانية** عشرة قسمتها قسمين فضربت كل قسم فى نفسه ثم ضربت العشرة فى نفسها فكان ما اجتمع من ضرب العشرة فى نفسها مثل أحد القسمين مضروبا فى نفسه مرتين وسبعة اتساع مرة أو مثل الآخر مضروباً فى نفسه ست مرات وربع مرة .[٣] فقياس ذلك ان تجعل أحد القسمين شيئا والآخر عشرة الا شيئاً فتضرب الشيء فى نفسه فيكون مالا ثم فى اثنين وسبعة اتساع فيكون مالين وسبعة اتساع مال ثم تضرب العشرة فى مثلها فتكون مائة تعدل مالين وسبعة اتساع مال فاردده الى مال واحد

---

(١) لك فى هذه المسألة طريقان أحدهما أن تجعل المضروب فى نفسه هو الشيء وهى الطريقة التى ذكرها فى الكتاب والثانى أن تجعل المضروب فى نفسه هو العشرة الا شيئاً . (حاشية)

(٢) $\text{س}^{٢} = ٤\,\text{س}\,(١٠ - \text{س}) = ٤٠\,\text{س} - ٤\,\text{س}^{٢}$

$\therefore ٤٠\,\text{س} = ٥\,\text{س}^{٢} \quad \therefore \text{س} = ٨$ (أو صفر)

(٣) $٢\tfrac{٧}{٩}\,\text{س}^{٢} = ١٠٠ \quad \therefore \text{س} = ٦$ والقسم الاخر ٤

أو $٦\tfrac{١}{٤}\,(١٠ - \text{س})^{٢} = ١٠٠ \quad \therefore \text{س} = ٦$ والقسم الاخر ٤

وهو تسعة اجزاء من خمسة وعشرين جزءا وهو خمس وأربعة اخماس الخمس نخذ خمس المائة واربعة اخماس خمسها وهو ستة وثلاثون تعدل مالا نخذ جذرها ستة وهو أحد القسمين والآخر أربعة لا محالة فقد أخرجتك هذه المسألة الى أحد الابواب الستة وهى أموال تعدل عددا . والمسألة الثالثة عشرة قسمتها قسمين ثم قسمت أحدهما على الآخر فخرج القسم أربعة (1) . فقياس ذلك أن تجعل أحد القسمين شيئا والآخر عشرة الا شيئاً ثم تقسم عشرة الا شيئاً على شيء ليكون أربعة وقد علمت انك متى ماضربت ماخرج لك من القسم فى المقسوم عليه عاد المال الذى قسمته والقسم فى هذا المسألة أربعة والمقسوم عليه شيء فاضرب أربعة فى شيء فيكون أربعة أشياء تعدل المال الذى قسمته وهو عشرة الا شيئا فاجبر العشرة بالشيء وزده على الأربعة الاشياء فيكون خمسة اشياء تعدل عشرة فالشيء الواحد اثنان وهو أحد القسمين فقد اخرجتك هذه المسألة الى احد الأبواب الستة وهى جذور تعدل عدداً . والمسألة الرابعة مال ضربت ثلثه ودرهما فى ربعه ودرهم فكان عشرين (2) . قياسه أن تضرب ثلث شيء فى ربع شيء فيكون نصف سدس مال وتضرب درهما فى ثلث شيء فيكون ثلث شيء ودرهما فى ربع شيء بربع شيء ودرهما فى درهم بدرهم فذلك كله نصف سدس مال وثلث شيء

---

(1) $\frac{١٠ - \text{س}}{\text{س}} = ٤ \quad \therefore ١٠ - \text{س} = ٤\,\text{س} \quad \therefore \text{س} = ٢$

(2) فى هذه المسألة وبعض المسائل التى تليها استعمل الخوارزمى كلمة مال بمعنى آخر غير « المربع » والاحسن أن تستبدل هذه الكلمة فى تلك المسائل بكلمة كمية

والمسئلة $(\tfrac{١}{٣}\text{س} - ١)(\tfrac{١}{٤}\text{س} + ١) = \tfrac{١}{١٢}\text{س}^٢ + \tfrac{١}{٣}\text{س} + \tfrac{١}{٤}\text{س} + ١ = ٢٠$

$\therefore \text{س}^٢ + ٧\,\text{س} - ٢٢٨ = \text{صفر}$

$\therefore \text{س} = \frac{-٧ \pm \sqrt{٤٩ + ٩١٢}}{٢} = ١٢ \quad (\text{أو } -١٩)$

وربع شيء ودرهم تعدل عشرين درهما فالق من العشرين درهما بدرهم فتبقى تسعة عشر درهما تعدل نصف سدس مال وثلث شيء وربع شيء فكمل مالك واكماله أن تضرب كل ما معك فى اثنى عشر فيصير معك مال وسبعة اجذار تعدل مائتين وثمانية وعشرين درهما فنصف الاجذار واضربها فى مثلها تكن أثنى عشر وربعاً فزدها على الاعداد وهى مائتان وثمانية وعشرين فيكون مائتين واربعين وربعا نخذ جذرها خمسة عشر ونصفاً فانقص منه نصف الأجذار وهو ثلاثة ونصف يبقى اثنى عشر وهو المال فقد أخرجتك هذه المسئلة الى أحد الأبواب الستة وهى أموال وجذور تعدل عدداً . والمسئلة الخامسة عشرة قسمتها قسمين ثم ضربت كل قسم فى نفسه وجمعتهما فكانا ثمانية وخمسين درهما (1) . قياسه أن تجعل أحد القسمين شيئا والآخر عشرة الا شيئا فاضرب عشرة الا شيئا فى مثلها فيكون مائة ومالا الا عشرين شيئا ثم تضرب شيئا فى شيء فيكون مالا ثم تجمعهما فيكون ذلك مائة ومالين الا عشرين شيئا تعدل ثمانية وخمسين درهما فاجبر المائة والمالين بالعشرين الشيء الناقصة وزدها على الثمانية والخمسين فيكون مائة ومالين تعدل ثمانية وخمسين درهماً وعشرين شيئا فاردد ذلك الى مال واحد وهو أن تأخذ نصف ما معك فيكون خمسين درهماً ومالا تعدل تسعة وعشرين درهماً وعشرة أشياء فقابل به وذلك أنك تلقى من الخمسين تسعة وعشرين فيبقى أحد وعشرون ومال تعدل عشرة أشياء فنصف الاجذار يكون خمسة واضربها فى مثلها

---

(1) $\text{س}^٢ + (١٠ - \text{س})^٢ = ٥٨ \quad \therefore ٢\,\text{س}^٢ - ٢٠\,\text{س} + ١٠٠ = ٥٨$

أى $\text{س}^٢ + ٢١ = ١٠\,\text{س}$

$\therefore \text{س} = \frac{١٠ \pm \sqrt{١٠٠ - ٨٤}}{٢} = ٧ \text{ أو } ٣$

فتكون خمسة وعشرين فالق منها الواحد والعشرين التى مع المال فيبقى أربعة فخذ جذرها وهو اثنان فانقصه من نصف الاجذار التى هى خمسة [1] يبقى ثلاثة وهى أحد القسمين والآخر سبعة فقد أخرجتك هذه المسئلة الى أحد الأبواب الستة وهى أموال وعدد تعدل جذوراً. **والمسئلة السادسة**. (مال) ضربت ثلثه فى ربعه فعاد (المال) وزيادة اربعة وعشرين درهما. [2] فقياسه أن تجعل مالك شيئا ثم تضرب ثلث شيء فى ربع شيء فيكون نصف سدس مال تعدل شيئا وأربعة وعشرين درهماً ثم تضرب نصف سدس المال فى اثنى عشر حتى تكمل مالك واضرب الشيء فى اثنى عشر يكن اثنى عشر شيئا واضرب الاربعة والعشرين فى اثنى عشر فيصير معك مائتان وثمانية وثمانون درهما واثنى عشر جذراً تعدل مالا فنصف الاجذار تكون ستة واضربها فى مثلها وزدها على مائتين وثمانية وثمانين فيكون ثلثمائة واربعة وعشرين فخذ جذرها وهو ثمانية عشر فزده على نصف الاجذار وهى ستة فيكون ذلك أربعة وعشرين وهو (المال) فقد أخرجتك هذه المسئلة الى أحد الأبواب الستة وهى جذور وعدد تعدل أموالا.

باب المسائل المختلفة. فان سأل سائل فقال عشرة قسمتها قسمين ثم ضربت أحدهما فى الآخر فكان واحداً وعشرين درهما [3]. فقد علمت أن أحد القسمين

(١) **حاشية** وان شئت فزده على نصف الاجذار وهى خمسة يكون سبعة وهو أحد القسمين والآخر ثلاثة وهذه المسألة تصح بالزيادة والنقصان .

(٢) $\frac{١}{٣}س \times \frac{١}{٤}س = س + ٢٤ \quad \therefore س^{٢} - ١٢س - ٢٨٨ = \text{صفر}$

$س = ٦ \pm \sqrt{٣٦ + ٢٨٨} = ٢٤ \ (\text{أو } -١٢)$

(٣) $س(١٠ - س) = ٢١ \quad \therefore س^{٢} - ١٠س + ٢١ = \text{صفر}$

$س = ٥ \pm \sqrt{٢٥ - ٢١} = ٧ \ \text{أو} \ ٣$

من العشرة شيء والآخر عشرة الاشيئا فاضرب شيئا فى عشرة الا شيئا فيكون عشرة أشياء الا مالا تعدل أحداً وعشرين فاجبر العشرة الاشياء بالمال وزده على الواحد والعشرين فيكون عشرة اشياء تعدل أحداً وعشرين درهما ومالا فالق نصف الأجذار فيبقى خمسة فاضربها فى مثلها تكن خمسة وعشرين فالق منها الواحد والعشرين التى مع المال فيبقى أربعة فخذ جذرها وهو اثنان فانقصه من نصف الأجذار وهى خمسة يبقى ثلاثة وذلك أحد القسمين. وان شئت زدت جذر الأربعة على نصف الأجذار فتكون سبعة وهو أحد القسمين وهذه المسألة التى تعمل بالزيادة والنقصان. **وان قال** عشرة قسمتها قسمين فضربت كل قسم فى نفسه ثم ألقيت الأقل من الاكثر فبقى أربعون [1] قياسه أن تضرب عشرة الا شيئا فى مثلها فتكون مائة ومالا الا عشرين شيئا وتضرب شيئا فى شيء فيكون مالا فانقصه من المائة والمال الا عشرين شيئا تبقى مائة الا عشرين شيئا تعدل أربعين درهما فاجبر المائة بالعشرين الشيء وزدها على الأربعين فيكون مائة تعدل عشرين شيئا وأربعين درهما فالق الأربعين من المائة يبقى ستون درهما تعدل عشرين شيئا فالشيء الواحد يعدل ثلاثة وهو أحد القسمين. **وان قال** عشرة قسمتها قسمين فضربت كل قسم فى نفسه وجمعتهما وزدت عليهما فضل ما بين القسمين من قبل ان تضربهما فبلغ ذلك أربعة وخمسين درهما [2]. فان قياسه أن تضرب عشرة الا شيئا فى مثلها فتكون مائة ومالا الا عشرين شيئا وتضرب الشى الباقى من العشرة فى مثله

(١) $(١٠ - س)^{٢} - س^{٢} = ٤٠ \quad \therefore ١٠٠ - ٢٠س = ٤٠$

$\therefore س = ٣$

(٢) $س^{٢} + (١٠ - س)^{٢} + ١٠ - ٢س = ٥٤$

$\therefore ٢س^{٢} - ٢٢س + ٥٦ = \text{صفر} \quad \therefore س = \frac{١١ \pm \sqrt{١٢١ - ١١٢}}{٢} = ٤ \ (\text{أو } ٧)$

فيكون مالا ثم تجمع ذلك فيكون مائة ومالين الا عشرين شيئا وقال زدت عليهما فضل ما بينهما قبل أن تضربهما فقلت فضل ما بينهما عشرة الا شيئين فجميع ذلك مائة وعشرة ومالان الا أثنتين وعشرين شيئا يعدل أربعة وخمسين درهما فاذا جبرت وقابلت قلت مائة وعشرة دراهم ومالان تعدل أربعة وخمسين درهما وأثنين وعشرين شيئا فاردد المالين الى مال واحد وهو أن تأخذ نصف ما معك فيكون خمسة وخمسين درهما ومالا تعدل سبعة وعشرين درهماً وأحد عشر شيئا فالق سبعة وعشرين من خمسة وخمسين يبقى ثمانية وعشرون درهما ومالا تعدل أحد عشر شيئا فنصف الاشياء فيكون خمسة ونصف فاضربها فى مثلها فيكون ثلاثين وربعاً فانقص منها الثمانية والعشرين التى مع المال فبقى اثنان وربع نخذ جذرها وهو واحد ونصف فانقصه من نصف الاجذار يبقى اربعة وهو أحد القسمين . **فان قال** . عشرة قسمتها قسمين فقسمت هذا على هذا وهذا على هذا فبلغ (١) ذلك درهمين وسدساً . فقياس ذلك (٢) أنك اذا ضربت كل قسم فى نفسه ثم جمعتهما كان مثل أحد القسمين اذا ضربت احداهما فى الآخر ثم ضربت الذى اجتمع معك من الضرب فى الذى بلغ القسم وهو اثنان وسدس فاضرب عشرة الا شيئا فى مثلها يكن مائة ومالا الا عشرين شيئا واضرب شيئا فى شىء فيكون مالا فاجمع ذلك فيصير مائة

(١) أى بلغ مجموع ذلك

(٢) $\frac{\text{س}}{١٠-\text{س}} + \frac{١٠-\text{س}}{\text{س}} = ٢\frac{١}{٦}$

$\therefore \text{س}^٢ + (١٠-\text{س})^٢ = ٢\frac{١}{٦} \times \text{س} \times (١٠-\text{س})$

$\therefore ١٠٠ + ٢\text{س}^٢ - ٢٠\text{س} = ٢\frac{١}{٦}(١٠\text{س} - \text{س}^٢)$

$= ٢١\frac{٢}{٣}\text{س} - ٢\frac{١}{٦}\text{س}^٢$

$\therefore ١٠٠ + ٤\frac{١}{٦}\text{س}^٢ = ٤١\frac{٢}{٣}\text{س}$

$\therefore ٢٤ + \text{س}^٢ = ١٠\text{س}$ ومنه $\text{س} = ٥ \pm \sqrt{٢٥-٢٤} = ٤$ (أو ٦)

ومالين الا عشرين شيئا يعدل شيئا مضروباً فى عشرة الا شيئا وذلك عشرة اشياء الا مالا مضروبا فى ما خرج من القسمين وهو اثنان وسدس فيكون ذلك أحداً وعشرين شيئا وثلثى شىء الا مالين وسدساً تعدل مائة ومالين الا عشرين شيئا فاجبر ذلك وزد مالين وسدساً على مائة ومالين الا عشرين شيئاً وزد العشرين الشىء الناقصة من المائة ، المالين على الواحد والعشرين الشىء وثلثى الشىء فيكون معك مائة واربعة اموال وسدس مال تعدل احدا وأربعين شيئا وثلثى شىء فاردد ذلك الى مال وقد علمت ان المال الواحد من أربعةأموال وسدس هو خمسها وخمس خمسها نخذ من جميع ما معك الخمس وخمس الخمس فيكون معك أربعة وعشرون ومال تعدل عشرة أجذار لأن العشرة من أحد واربعين شيئا وثلثى شىء خمسها وخمس خمسها فنصف الاجذار وهو خمسة واضربها فى مثلها فيكون خمسة وعشرين فانقص منها الاربعة والعشرين التى مع المال يبقى واحد نخذ جذره وهو واحد فانقصه من نصف الاجـذار وهى خمسة يبقى أربعة وهو أحد القسمين . واعلم بان كل شيئين تقسم هذا على هذا وهذا على هذا فانك اذا ضربت الذى يخرج من هـذا فى الذى يخرج من هذا كان واحدا أبدا (١) **فان قال** عشرة قسمتها قسمين وضربت أحد القسمين فى خمسة وقسمته على الاخر ثم القيت نصف ما اجتمع معك وزدته على المضروب فى خمسة فكان خمسين درهما (٢) فان قياس ذلك أن تأخذ شيئا من العشرة فتضربه فى خمسة

(١) $\frac{\text{س}}{\text{ص}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} = ١$

(٢) $\frac{٥\text{س}}{٢(١٠-\text{س})} + ٥\text{س} = ٥٠ \quad \therefore \frac{\frac{٥}{٢}\text{س}}{١٠-\text{س}} = ٥٠ - ٥\text{س}$

$\therefore \frac{٥}{٢}\text{س} = (٥٠ - ٥\text{س})(١٠ - \text{س}) = ٥٠٠ + ٥\text{س}^٢ - ١٠٠\text{س}$

$\therefore \frac{١}{٢}\text{س} = ١٠٠ + \text{س}^٢ - ٢٠\text{س}$

$\therefore ٢٠\frac{١}{٢}\text{س} = ١٠٠ + \text{س}^٢$ ومنه $\text{س} = ١٠\frac{١}{٤} \pm ٢\frac{١}{٤} = ٨$ (أو $١٢\frac{١}{٢}$)

فيكون خمسة اشياء مقسومة على الباقى من العشرة وهو عشرة الا شيئا مأخوذ نصفها ومعلوم انك اذا قسمت الخمسة الاشياء على عشرة الاشيئا وأخذت نصف ما خرج كان ذلك كقسمك نصف الخمسة الاشياء على العشرة إلا شيئا فاذا أخذت نصف الخمسة الاشياء صار شيئين ونصفا وهو الذى تريد أن تقسمه على عشرة الا شيئا يخرج يعدل خمسين الا خمسة اشياء لانه قال تضم اليه أحد القسمين مضروبا فى خمسة فيكون ذلك كله خمسين وقد علمت انك متى ضربت ما خرج لك من القسم فى المقسوم عليه عاد المال ومالك شيئان ونصف فاضرب عشرة الا شيئا فى خمسين الا خمسة اشياء فيكون ذلك خمسمائة درهم وخمسة أموال الا مائة شىء تعدل شيئين ونصفا فاردد ذلك الى مال واحد فيكون ذلك مائة درهم ومالا الا عشرين شيئا تعدل نصف شىء فاجبر ذلك المائة وزد العشرين الشىء على نصف الشىء فيصير معك مائة درهم ومال تعدل عشرين شيئا ونصف شىء فنصف الاشياء واضربها فى مثلها وانقص منها المائة وخذ جذر ما بقى وانقصه من نصف الاجذار وهو عشرة وربع فيبقى ثمانية وهو أحد القسمين . **فان قال** عشرة قسمتها قسمين فضربت أحد القسمين فى نفسه فكان مثل الاخر احدى وثمانين مرة [١] . فقياس ذلك ان تقول عشرة الا شيئا فى مثلها بمائة ومال الا عشرين شيئا تعدل احدا وثمانين شيئا فاجبر المائة والمال بالعشرين الشىء وزدها على الواحد والثمانين (الشىء) فيكون مائة ومالا تعدل مائة جذر وجذرا فنصف الاجذار فتكون خمسين ونصفا واضربها فى مثلها فيكون الفين وخمسمائة

---

(١) (١٠ — س)^{٢} = ٨١ س

∴ ١٠٠ — ٢٠ س + س^{٢} = ٨١ س

∴ ١٠٠ + س^{٢} = ١٠١ س   ومنه س = ٥٠$\frac{١}{٢}$ ± ٤٩$\frac{١}{٢}$ = ١ (أو ١٠٠)

وخمسين وربعا فانقص منهـــا المائة فيبقى الفان واربعمائة وخمسون وربع فخذ جذرها وهو تسعة واربعون ونصف فانقصها من نصف الاجذار وهو خمسون ونصف فيبقى واحد وهو أحد القسمين . **فان قال** عشرة اقفزة حنطة أو شعيرا بعت كل واحد منهما بسعر [١] ثم جمعت ثمنهما فكان ما اجتمع مثل فضل ما بين السعرين ومثل ما بين الكيلين فخذ ما شئت فانه يجوز [٢] فكأنك أخذت أربعة وستة فقلت بعت كل واحد من الاربعة بشىء فضربت أربعة فى شىء فصار أربعة أشياء وبعت الستة كل واحد بمثل نصف الشىء الذى بعت به الاربعة وان شئت بثلثه وان شئت بربعه أو ما شئت فانه يجوز . فاذا كان بيعك الآخر بنصف شىء فاضرب نصف شىء فى ستة فيكون ثلاثة أشياء فأجمعها مع الاربعة الاشياء فتكون سبعة أشياء تعدل ما بين الكيلين وهو قفيزان وفضل ما بين السعرين وهو نصف شىء فيكون سبعة أشياء تعدل اثنين ونصف شىء فالق نصف شىء من سبعة أشياء فتبقى ستة أشياء ونصف (شىء) تعدل درهمين فالشىء الواحد أربعة أجزاء من ثلاثة عشر فتقول باع الاربعة

---

(١) أى هذا بسعر وهذا بسعر   (حاشية)

(٢) يظهر أن المقصود أن عدد أقفزة الحنطة معـــلوم وان نسبة السعرين معلومة أيضا وبذلك تؤول المسئلة الى

ا س + ب م س = |ا — ب| + |س — م س|

حيث ا عدد اقفزة الحنطة ، ب عدد اقفزة الشعير (= ١٠ — ا) ، س سعر قفيز الحنطة ، م نسبة سعر قفيز الشعير الى سعر قفيز الحنطة

وقد حل الخوارزمى المسئلة بفرض ا = ٤ ، م = $\frac{١}{٢}$ أى

٤ س + ٦ × $\frac{١}{٢}$ س = ٢ + $\frac{١}{٢}$ س   ومنه س = $\frac{٤}{١٣}$

كل واحد بأربعة أجزاء من ثلاثة عشر من درهم وباع الستة كل واحد بجزأين من ثلاثة عشر من درهم فبلغ ذلك ثمانية وعشرين جزءا من ثلاثة عشر من درهم وذلك مثل فضل ما بين الكيلين وهو قفيزان فصرفهما ستة وعشرون جزءا وفضل ما بين السعرين وهو جزءان فذلك ثمانية وعشرون جزءا . فان قال مالان بينهما درهمان قسمت القليل على الكثير فأصاب القسم نصف درهم [1] فاجعل أحد المالين شيئا والاخر شيئا ودرهمين فلما قسمت شيئا على شيء ودرهمين خرج القسم نصف درهم وقد علمت انك متى ضربت ما خرج لك من القسم فى المقسوم عليه عاد مالك الذى قسمته وهو شيء فقل شيء ودرهمان فى النصف الذى هو القسم فيكون نصف شيء ودرهما تعدل شيئا فألقيت نصف شيء بنصف شيء وبقى درهم يعدل نصف شيء فاضعفه يكون الشيء يعدل درهمين والاخر اربعة . فان قال عشرة قسمتها قسمين وضربت احدهما فى عشرة والقسم الآخر فى نفسه فاستويا [2] . فان قياسه ان تضرب شيئا فى عشرة فيكون عشرة أشياء ثم تضرب عشرة الا شيئا فى مثلها فتكون مائة ومالا الا عشرين شيئا تعدل العشرة الاجذار فقابل بها على ما قد وصفت لك . وكذلك لو قال عشرة قسمتها قسمين ثم ضربت احدهما فى الاخر ثم قسمت ما اجتمع من الضرب على فضل ما بين القسمين قبل أن تضرب أحدهما فى الاخر فخرج خمسة وربعاً [3]

---

(١) $\frac{\text{س}}{\text{س}+2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \text{س} = 2$

(٢) $10\,\text{س} = (10-\text{س})^2 \quad \therefore 100 - 30\,\text{س} + \text{س}^2 = \text{صفر}$

$\therefore \text{س} = 15 \pm \sqrt{125} = 15 \pm 5\sqrt{5}$

(٣) $\frac{\text{س}\,(10-\text{س})}{10-2\,\text{س}} = 5\frac{1}{4} \quad \therefore 10\,\text{س} - \text{س}^2 = \frac{105}{2} - \frac{21}{2}\,\text{س}$

$\therefore \text{س}^2 - \frac{41}{2}\,\text{س} + \frac{105}{2} = \text{صفر} \quad \therefore \text{س} = \frac{41 \pm \sqrt{1681-840}}{4}$

$= 3 \ (\text{او } 17\frac{1}{2})$

فقياسه أن تأخذ شيئاً من العشرة فيبقى عشرة الا شيئاً فاضرب احدهما فى الاخر فيكون عشرة اجذار الا مالا فهو ما خرج من ضرب أحد القسمين فى الاخر ثم قسمت ذلك على فضل ما بين القسمين وهو عشرة الا شيئين فخرج من القسم خمسة وربع ومتى ضربت خمسة وربعاً فى عشرة الا شيئين خرج لك المال المضروب وهو عشرة اشياء الا مالا فاضرب خمسة وربعاً فى عشرة الا شيئين يكون ذلك اثنين وخمسين درهما ونصفاً الا عشرة اجذار ونصفا تعدل عشرة اجذار الا مالا فاجبر الاثنين والخمسين والنصف بالعشرة الاجذار والنصف وزدها على العشرة الاجذار الا مالا ثم اجبرها بالمال وزد المال على اثنين وخمسين درهما ونصف فيكون معك عشرون جذراً ونصف جذر تعدل اثنين وخمسين درهما ونصفاً ومالا فقابل بها على ما فسرنا فى اول الكتاب فان قال مال ثلثا خمسه مثل سبع جذره [1] فان المال كله يعدل جذراً ونصف سبع جذر فالجذر اربعة عشر جزءاً من خمسة عشر من المال . وقياسه أن تضرب ثلثى خمس مال فى سبعة ونصف ليتم المال وأضرب ما معك وهو سبع جذر فى مثل ذلك فيصير المال يعدل جذراً ونصف سبع جذر ويصير جذره واحدا ونصف سبع فالمال واحد وتسعة وعشرون جزءاً من مائة وستة وتسعين من درهم وثلثا خمسه يكون ثلاثين جزءاً من مائة وستة وتسعين وسبع جذره أيضاً ثلاثون جزءاً من مائة وستة وتسعين فان قال مال ثلاثة أرباع خمسه مثل أربعة أخماس جذره [2] قياسه أن تزيد على ثلاثة ارباع خمسه مثل ربعها ليكون الجذر تاماً وذلك ثلاثة وثلاثة أرباع من عشرين فاجعلها ارباعاً كلها فتكون خمسة عشر من ثمانين فاقسم الثمانين

---

(١) $\frac{2}{15}\,\text{س}^2 = \frac{1}{7}\,\text{س} \quad \therefore \text{س} = \frac{15}{14} \text{،}\ \text{س}^2 = \frac{225}{196}$

(٢) $\frac{3}{20}\,\text{س}^2 = \frac{4}{5}\,\text{س} \quad \therefore \text{س} = \frac{16}{3}$

على الخمسة عشر فيكون خمسة وثلثاً فذلك جذر المال والمال ثمانية وعشرون واربعة اتساع . فان قال مال تضربه فى أربعة أمثاله فيكون عشرين . فقياسه أنك اذا ضربته فى مثله كان خمسة وهو جذر خمسة . فان قال مال تضربه فى ثلثه فيكون عشرة . فقياسه أنك اذا ضربته فى مثله كان ثلاثين فتقول المال جذر ثلاثين . فان قال مال تضربه فى أربعة أمثاله فيعود ثلث المال الاول (١) . فقياسه أنك اذا ضربته فى اثنى عشر مثله عاد المال وهو نصف سدس فى ثلث . فان قال مال تضربه فى جذره فيعود ثلاثة أمثال المال الاول (٢) . فقياسه أنك اذا ضربت الجذر فى ثلث المال عاد المال فتقول هذا مال ثلثه جذره وهو تسعة . فان قال مال تضرب أربعة اجذاره فى ثلاثة اجذاره فيعود المال وزيادة أربعة وأربعين درهما (٣) . فقياسه أن تضرب أربعة أجذار فى ثلاثة اجذار فيكون اثنى عشر مالا تعدل مالا وأربعة واربعين درهما فالق من الاثنى عشر المال مالا بمال فيبقى أحد عشر مالا تعدل اربعة وأربعين درهما فاقسمها عليها تكن أربعة وهو المال .

فان قال مال تضرب أربعة أجذاره فى خمسة اجذاره فيعود مثلى المال وزيادة ستة وثلاثين درهما (٤) فقياسه أنك تضرب اربعة اجذار فى خمسة أجذار فيكون عشرين مالا تعدل مالين وستة وثلاثين درهماً فتلقى من العشرين المال مالين بمالين فتبقى ثمانية عشر مالا تعدل ستة وثلاثين درهما فتقسم ستة وثلاثين درهما على ثمانية عشر فيكون القسم أثنين وهو المال . وكذلك لو قال مال تضرب جذره فى اربعة اجذاره فيعود ثلاثة امثال المال وزيادة خمسين

(١) ٤ س^{٢} = $\frac{١}{٣}$س .·. س = $\frac{١}{١٢}$

(٢) اذا كان المال = س^{٢} تكون ٣ س^{٢} = س^{٣} .·. س = ٣ والمال = ٩

(٣) ٤ س × ٣ س = س^{٢} + ٤٤ .·. ١١ س^{٢} = ٤٤ .·. س^{٢} = ٤
وهو المال

(٤) ٢٠ س^{٢} = ٢ س^{٢} + ٣٦ .·. س^{٢} = ٢ وهو المال

درهما (١) قياسه أن تضرب جذراً فى أربعة أجذار فيكون أربعة أموال تعدل ثلاثة أموال وخمسين درهماً فالق ثلاثة أموال من الاربعة الاموال يبقى مال واحد يعدل خمسين درهما وهو جذر خمسين مضروب فى اربعة أجذار خمسين أيضاً فذلك مائتان يكون ثلاثة امثال المال وزيادة خمسين ، درهما . فان قال مال تزيد عليه عشرين درهما فيكون مثل اثنى عشر جذره (٢) فقياسه أن تقول مال وعشرون درهما تعدل اثنى عشر جذراً فنصف الاجذار واضربها فى مثلها تكن ستة وثلاثين فانقص منها العشرين الدرهم وخذجذر ما بقى فانقصه من نصف الاجذار وهو ستة فما بقى فهو جذر المال وهو درهمان والمال أربعة . فان قال مال تعزل ثلثه وثلاثة دراهم وتضرب ما بقى فى مثله فيعود المال (٣) قياسه أنك اذا القيت ثلثه وثلاثة دراهم بقى ثلثاه الا ثلاثة دراهم وهو جذر فاضرب ثلثى شيء الا ثلاثة دراهم فى مثله فتقول ثلثان فى ثلثين أربعة أتساع مال والا ثلاثة دراهم فى ثلثى شيء جذران . والا ثلاثة دراهم فى ثلثى شيء جذران والا ثلاثة دراهم فى الا ثلاثة دراهم تسعة دراهم فيصير معك أربعة اتساع مال وتسعة دراهم الا أربعة أجذار تعدل جذرا . فرد الأربعة الاجذار على الجذر فيكون خمسة أجذار تعدل أربعة اتساع (مال) وتسعة دراهم فاكمل مالك وهو أن تضرب الأربعة الاتساع فى اثنين وربع فيكون مالا واضرب تسعة دراهم فى اثنين وربع يكن عشرين وربعاً ثم اضرب الخمسة الاجذار

(١) ٤ س^{٢} = ٣ س^{٢} + ٥٠ .·. س^{٢} = ٥٠ وهو المال

(٢) س^{٢} + ٢٠ = ١٢ س .·. س = ٦ ± $\sqrt{٣٦ - ٢٠}$
= ٢ أو ١٠ .·. المال ٤ أو ١٠٠

(٣) اذا كان المال = س فان ($\frac{٢}{٣}$ س — ٣)^{٢} = س
.·. $\frac{٤}{٩}$ س^{٢} — ٥ س + ٩ = ٠ .·. س = ٩ أو $\frac{٩}{٤}$

فى اثنين وربع فيكون أحد عشر شيئا وربعاً فيصير معك مال وعشرون درهما وربع تعدل أحد عشر جذراً وربعاً فقابل بذلك كنحو ما وصفت لك فى تنصيف الأجذار ان شاء الله . فان قال مال تضرب ثلثه فى ربعه فيعود المال . قياسه أن تضرب ثلث شيء فى ربع شيء فيكون نصف سدس مال تعدل شيئا فالمال يعدل اثنى عشر شيئاً وهو جذر مائة وأربعة وأربعين . فان قال مال تضرب ثلثه ودرهما فى ربعه ودرهمين فيعود المال وزيادة ثلاثة عشر درهما . (١) فقياسه أن تضرب ثلث شيء فى ربع شيء فيكون نصف سدس مال وتضرب درهمين فى ثلث شيء فيكون ثلثي جذر ودرهما فى ربع شيء فيكون ربع جذر ودرهمين فى درهم بدرهمين فذلك نصف سدس مال ودرهمان وأحد عشر جزءاً من اثنى عشر جزءاً من جذر تعدل جذراً وثلاثة عشر درهما فالق درهمين من ثلاثة عشر بدرهمين فيبقى أحد عشر درهما والق أحد عشر جزءاً من جذر فيبقى نصف سدس جذر وأحد عشر درهما تعدل نصف سدس مال فاكمله وذلك أن تضربه فى اثنى عشر وتضرب كل ما معك فى اثنى عشر فيكون مالا يعدل مائة واثنين وثلاثين درهما وجذراً فقابل به تصب أن شاء الله تعالى كما وصفت لك . فان قال درهم ونصف مقسوم على رجل وبعض رجل فأصاب الرجل مثلى البعض (٢) . فقياسه أن

---

(١) لكن المال $= \text{س} \;\therefore\; (\tfrac{١}{٣}\text{س} + ١)(\tfrac{١}{٤}\text{س} + ٢) = \text{س} + ١٣$

أى أن $\tfrac{١}{١٢}\text{س}^{٢} + \tfrac{٢}{٣}\text{س} + \tfrac{١}{٤}\text{س} + ٢ = \text{س} + ١٣$

$\therefore \tfrac{١}{١٢}\text{س}^{٢} - \tfrac{١}{١٢}\text{س} - ١١ = \text{صفر} \;\therefore\; \text{س} = ١٢$

(٢) ليس المقصود — كما قد يتبادر إلى الذهن — أن ما أصاب الرجل مثلا ما أصاب البعض بل أن ما أصاب الرجل من الدراهم مساو عددياً لمثلى البعض (أى لمثلى نسبة البعض من الواحد) فاذا كان البعض هو س فان ما أصاب الرجل يكون ٢ س والمسئلة هى

$$\frac{١\tfrac{١}{٢}}{١ + \text{س}} = ٢\,\text{س}$$

أى $\text{س}^{٢} + \text{س} = \tfrac{٣}{٤}$. ومنه $\text{س} = \tfrac{١}{٢}$

تقول الرجل والبعض هو واحد وشيء فكأنه قال درهم ونصف بين واحد وشيء فاصاب الواحد شيئين فاضرب الشيئين فى الواحد والشيء فيكون مالين وشيئين تعدل درهماً ونصفاً فردهما الى مال واحد وهو أن تأخذ من كل ما معك نصفه فتقول مال وشيء تعدل ثلاثة أرباع درهم فقابل به على نحو ما وصفت لك فى صدر الكتاب . فان قال مال عزلت ثلثه وربعه وأربعة دراهم وضربت ما بقى فى مثله فعاد المال وزيادة أثنى عشر درهماً (١) . فقياسه أنك تأخذ شيئا فتعزل ثلثه وربعه فيبقى خمسة اجزاء من اثنى عشر جزءاً من شيء فتعزل منها أربعة دراهم أيضا فيبقى خمسة أجزاء من أثنى عشر من شيء الا أربعة دراهم فتضربها فى مثلها فتكون الاجزاء الخمسة خمسة وعشرين جزءا وتضرب الاثنى عشر فى مثلها فتكون مائة واربعة واربعين فذلك خمسة وعشرون من مائة واربعة واربعين من مال ثم تضرب الاربعة الدراهم فى الخمسة الاجزاء من اثنى عشر من شيء مرتين فيكون أربعين جزءا كل اثنى عشر منها شيء والأربعة الدراهم فى الاربعة الدراهم ستة عشر درهما زائدة فتصير الاربعون الجزء ثلاثة اجذار وثلث جذر ناقص فتحصل معك خمسة وعشرون جزءاً من مائة واربعة واربعين جزءاً من مال وستة عشر درهما الا ثلاثة اجذار وثلث جذر تعدل المال الأول وهو شيء وأثنى عشر درهما فاجبره وزد الثلاثة الاجذار والثلث على الشيء والأثنى عشر درهما فتصير أربعة أجذار وثلث جذر وأثنى عشر درهما فقابل به والق اثنى عشر من ستة عشر يبقى أربعة دراهم وخمسة وعشرون جزءا من مائة (واربعة) (٢) واربعين من مال تعدل اربعة اجذار

---

(١) $(\tfrac{٥}{١٢}\text{س} - ٤)^{٢} = \text{س} + ١٢ \;\therefore\; \text{س} = ٢٤$ أو $\tfrac{٢٤}{٢٥}$

(٢) (وأربعة) تزاد على المتن

وثلثا فتحتاج أن تكمل مالك واكالك أياه أن تضرب جميع مامعك فى خمسة وتسعة عشر جزءا من اجزاء خمسة وعشرين . فتضرب خمسة وعشرين [1] فى خمسة وتسعة عشر جزءا من خمسة وعشرين فيكون مالا وتضرب الأربعة الدراهم فى خمسة وتسعة عشر جزءا من خمسة وعشرين فيكون ثلاثة وعشرين درهماو جزءا من خمسة وعشرين وتضرب اربعة اجذار وثلثا فى خمسة وتسعة عشرجزءا من خمسة وعشرين فيكون اربعة وعشرين جذرا وأربعة وعشرين جزءا من خمسة وعشرين من جذر . فنصف الاجذار فيكون اثنى عشر جذرا واثنى عشر جزءا من خمسة وعشرين من جذر واضربها فى مثلها فيكون مائة وخمسة وخمسين (درهما) واربعمائة وتسعة وستين جزءا من ستمائة وخمسة وعشرين فالق منها (الدراهم) [2] الثلاثة والعشرين والجزء من الخمسة والعشرين الذى كان مع المال فيبقى مائة واثنان وثلاثون واربعمائة واربعون جزءا من ستمائة وخمسة وعشرين فتأخذ جذرذلك وهو أحد عشر (درهما) وثلاثة عشر جزءا من خمسة وعشرين فتزيده على نصف الاجذار التى هى اثنى عشر (درهما) واثنى عشر جزءامن خمسةوعشرين فيكونذلك أربعة وعشرين وهو المال المطلوب الذى تعزل ثلثه وربعه وأربعة دراهم ثم تضرب ما بقى فى مثله فيعود المال وزيادة اثنى عشر درهما . **فان قال**

(١) الصحيح « خمسة وعشرين جزءاً من مائة واربعة واربعين جزءاً من مال »

(٢) يميز الخوارزمى هذه الاعداد جميعاً على أنها دراهم وكان الاصوب أن لا تميز الا بعد استخراج الجذر . ويلاحظ القارىء أن كلمة « المال » تستعمل فى هذا المثال لا بمعنى مربع الجذر ولكن بمعنى الجذر نفسه .

مال ضربته فى ثلثيه فبلغ خمسة [1] . فقياسه أن تضرب شيئاً فى ثلثى شىء فيكون ثلثى مال تعدل خمسة فأكمله بمثل نصفه وزد على الخمسة مثل نصفها فيصير معك مال يعدل سبعة ونصفاً فخذ جذرها وهو الشىء الذى تريد أن تضربه فى ثلثيه فيكون خمسة . **فان قال** مالان بينهما درهمان قسمت القليل على الكثير فأصاب القسم نصف درهم . قياسه أن تضرب شيئاً ودرهمين فى القسم وهو نصف فيكون نصف شىء ودرهما تعدل شيئاً فالق نصف شىء بنصف شىء يبقى درهم يعدل نصف شىء فأضعفه فيكون معك شىء يعدل درهمين وهو أحد المالين والمال الآخر أربعة . فان قال قسمت درهما على رجال فأصابهم شىء ثم زدت فيهم رجلا ثم قسمت عليهم درهما فأصابهم أقل من القسم الاول بسدس درهم [2] . فقياسه أن تضرب عدد الرجال الأولين وهم شىء فى النقصان الذى بينهم ثم تضرب ما اجتمع فى عدد الرجال الأولين والآخرين ثم تقسم ما اجتمع على ما بين الرجال الأولين والآخرين فانه يخرج مالك الذى قسمته فأضرب عدد الرجال الاولين وهم شىء فى السدس الذى بينهم فيكون سدس جذر ثم اضرب ذلك فى عدد الرجال الأولين والآخرين وهو شىء وواحد يكون سدس مال وسدس جذر مقسوم على درهم تعدل درهما فكمل المال الذى معك وهو أن تضربه فى ستة فيكون معك مال وجذر فاضرب الدرهم فى ستة فيكون ستة دراهم فيكون مالا وجذراً تعدل ستة دراهم فنصف الجذر واضربه فى مثله فيكون ربعاً فزده على

(١) بفرض أن المال س فالمسألة هى

$$\frac{2}{3}\,\text{س}^2 = 5 \quad \therefore \quad \text{س} = \sqrt{7\tfrac{1}{2}}$$

(٢) $\frac{1}{\text{س}} - \frac{1}{\text{س}+1} = \frac{1}{6}$ واذن $\frac{1}{\text{س}\,(\text{س}+1)} = \frac{1}{6}$

أو $\frac{1}{6}\,\text{س}\,(\text{س}+1) = 1$ وهذا الوضع الأخير هو ما استعمله فى حل المسئلة